

**Université Saad Dahleb Blida 1**  
**Institut d'Aéronautique et des Études Spatiales**

**THÈSE DE DOCTORAT**

En Sciences

Spécialité : Aéronautique

**DEVELOPPEMENT D'UN SYSTEME POUR UN  
POSITIONNEMENT TEMPS REEL AMÉLIORÉ A  
BASE D'UN SYSTEME GNSS**

Par

**Saliha BENCHEIKH**

devant le jury composé de :

|  |                       |
|--|-----------------------|
| A. GUESSOUM, Professeur, U. de Blida                         | Président             |
| D.BERKANI, Professeur, E.N.P., Alger                         | Examineur             |
| S.KAHLOUCHE, Directeur de recherche, C.T.S., Oran            | Examineur             |
| M. LAGHA, Professeur, U. de Blida                            | Examineur             |
| . IBRIR, Professeur, Université du Roi Fahd, Arabie Saoudite | Directeur de thèse    |
| . BOUKRAA, Professeur, U. de Blida                           | Co-Directeur de thèse |

Blida, Juillet 2017

A mes chers frères  
à mes chères sœurs,  
à mon mari Abdelwaheb,  
à mes petits anges Hadil et Raouene.

# RÉSUMÉ

Cette thèse traite deux aspects. Dans le premier aspect, nous nous sommes intéressés à l'estimation de l'attitude d'un corps rigide en cas de mouvement accéléré dans l'espace 3D où l'accélération linéaire n'est plus négligeable devant la gravité. Deux observateurs d'attitude ont été proposés dans ce cadre employant les mesures fournies par une centrale inertielle et un système GPS. En fait, le système GPS fournit la vitesse linéaire à partir de laquelle l'accélération linéaire du véhicule peut être estimée afin d'améliorer significativement la précision de l'attitude estimée. Les observateurs développés sont basés sur l'idée que pour des mouvements de dynamiques élevées, l'accélération et l'erreur affectant l'accélération peuvent être fortement liées aux changements dynamiques des erreurs de vitesse. Des conditions ont été déduites pour garantir la convergence et la stabilité asymptotique du système en utilisant la stabilité de Lyapunov. Dans le deuxième aspect, nous nous concentrons sur l'élaboration d'une approche pour le contrôle de la trajectoire d'un véhicule aérien de type drone convertible. Les convertibles représentent actuellement la solution la plus performante pour combiner le vol quasi-stationnaire avec le vol d'avancement. Ces véhicules sont sous-actionnés et présentent une forte non linéarité entre les entrées du contrôle et les états du système. Les actionneurs sont supposés être composés d'une force de poussée fixée au corps pour le mouvement en translation, et d'un couple de contrôle pour la régulation d'attitude. La difficulté dans le pilotage de ce type de véhicules est d'assurer de bonnes performances de suivi de trajectoires tout en garantissant une résistance aux perturbations aérodynamiques surtout lors des *manœuvres de transition*. L'approche de contrôle proposée dans ce travail est une approche unifiée qui évite la commutation de contrôle entre les régimes de vol. Les efforts aérodynamiques sont alors pris en compte dans la conception des lois de contrôle. Afin de garantir un comportement robuste vis-à-vis de perturbations

---

externes ou d'erreur de modèle, un algorithme d'estimation adaptative par projection est intégré pour estimer les termes de correction correspondant à ces perturbations. L'attitude de référence désirée du véhicule n'est pas disponible et donc elle est extraite de l'accélération linéaire désirée qui est considérée comme une entrée intermédiaire virtuelle du système. Des simulations illustratives évaluent l'applicabilité et l'efficacité des différentes approches proposées dans cette thèse.

**Mots clés :** Estimation d'attitude, Navigation par fusion IMU/GNSS, Observateurs, Contrôle par retour d'état, Drone convertible, *Manœuvre de transition*, Modélisation, Forces aérodynamiques, Algorithme d'estimation adaptative par projection.

**Abstract** — This thesis deals with two aspects. The first aspect focuses on the attitude estimation problem of accelerated rigid body moving in 3D space in which linear acceleration of body is not negligible compared to the gravity. Two attitude observers are proposed in this context using measurements provided by an IMU and GPS. GPS system provides the linear velocity to estimate the vehicle's acceleration in order to improve significantly the accuracy of the estimated attitude. The proposed observers are based on the idea that for highly dynamic motions, the acceleration and the error affecting acceleration can be strongly related to dynamic changes in velocity errors. Conditions are given to guarantee the convergence and asymptotic stability of the system using Lyapunov stability. In the second aspect, we focus on the development of an approach to control the trajectory of a convertible UAV. Convertibles are currently the most effective solution to combine hovering flight with forward flight. These vehicles are more underactuated and present a high nonlinearity between the control inputs and system states. It is assumed that the means of actuation for the vehicle consist of a body fixed thrust force for translation motion and a control torque for attitude regulation. The difficulty in controlling this type of vehicles is to ensure good trajectory tracking performance while ensuring resistance to aerodynamic disturbances especially during *transition maneuvers*. The proposed control approach is a unified approach that avoids the switching of control between flight regimes. Aerodynamic efforts are then taken into account in the design of control laws. In order to guarantee a robust behavior against external perturbations or

model errors, an adaptive estimation algorithm using projection is integrated to estimate the correction terms corresponding to these perturbations. The desired reference attitude of the vehicle is not available so it is extracted from the desired linear acceleration that is considered as the virtual intermediate input of the system. Illustrative simulations assess the implementability and efficiency of the proposed approaches in this thesis.

**Keywords :** Attitude estimation, Data-fusion IMU/GNSS navigation, Observers, Feedback control, Convertible UAV, *Transition maneuver*, Modeling, Aerodynamic forces, Adaptive estimation algorithm using projection.

**ملخص**-- هذه الأطروحة تتناول جانبين. الجانب الأول يتمركز حول مشكلة تقدير اتجاه جسم صلب في حركة متسارعة في الفضاء عندما يكون التسارع الخطي للجسم غير مهمل مقارنة بتسارع الجاذبية. اثنين مراقبي اتجاه اقترحا في هذا السياق باستعمال قياسات الجهازين IMU و GPS . الجهاز GPS يوفر لنا السرعة الخطية لاستخراج تسارع المتحرك و ذلك لأجل التحسين النوعي لدقة الاتجاه المقدر. المراقبين المقترحين صمما انطلاقا من فكرة أنه في حالة الحركات الجد متسارعة يمكن اعتبار التسارع ناتجا عن التغيرات الديناميكية في أخطاء السرعة. شروط أعطيت لضمان التقارب و الاستقرار باستخدام نظرية ليابنوف. في الجانب الثاني من الأطروحة نركز على وضع نهج للتحكم في مسار طائرة بدون طيار متحولة. هذا النوع من الطائرات يتميز بعدة تعقيدات مما يجعله محل اهتمام الباحثين. صعوبة التحكم في هذا النوع من الطائرات يكمن في ضمان تتبع المسار مع ضمان مقاومة الاضطرابات الهوائية خلال المرحلة الانتقالية للحركة. النهج المقترح هنا هو نهج موحد يضمن التحكم الشامل للمسار بأخذ كل الاضطرابات الخارجية بعين الاعتبار. النتائج المتحصل عليها تثبت كفاءة المناهج المقترحة.

**الكلمات المفتاح :** تقدير الاتجاه . الملاحة بمزج قياسات IMU/GNSS المراقبين . التحكم . طائرات بدون طيار متحولة . المرحلة الانتقالية . النمذجة . القوات الهوائية . الخوارزمية التكيفية باستخدام الإسقاط.

# REMERCIEMENTS

Ce modeste travail n'a pu aboutir sans l'aide et le soutien de quelques personnes dont je dois les rendre hommage et exprimer ma reconnaissance.

Je tiens tout d'abord à remercier très vivement mon directeur de thèse Monsieur Salim IBRIR, Professeur associé à l'Université de pétrole et minéraux du Roi Fahd, pour m'avoir encadré durant ces quatre dernières années. Il a guidé efficacement mes travaux de recherche. Le travail sous sa direction m'a fait apprendre beaucoup de choses sur le monde de recherche et sur l'art de ce métier. Ses compétences, sa méthode de travail, son enthousiasme, sa patience, sa disponibilité, ses encouragements m'ont donné la volonté et la force pour finaliser ce travail. Je le remercie infiniment de tout ce qu'il a fait pour moi, tout mon respect et toute ma connaissance sont à lui.

Je tiens à témoigner ma gratitude à mon co-directeur de thèse Monsieur Salah BOUKRAA, Professeur à l'Université Saad Dahleb Blida1, pour ses soutiens, ses aides et ses compréhensions. Il était toujours prêt de m'écouter et de m'aider dont j'en suis très reconnaissante.

Je tiens à remercier ensuite Monsieur Abderrezak GUESSOUM, Professeur à l'Université Saad Dahleb Blida1, pour m'avoir fait l'honneur de présider la soutenance.

Mes sincères remerciements s'adressent aussi à Monsieur Daoud BERKANI, Professeur à l'école nationale polytechnique d'Alger et Monsieur Salem KAHLOUCHE, Directeur de recherche au centre des Techniques Spatiales d'Arzew, pour l'immense plaisir d'avoir accepté d'évaluer en profondeur ce mémoire ainsi que pour tous leurs commentaires constructifs.

Mes sincères remerciements s'adressent aussi à Monsieur Mohand LAGHA, Professeur à l'Université Saad Dahleb Blida1, pour son soutien et son enthousiasme et d'avoir accepté de faire partie de ce jury.

Finalement, un immense merci à toute ma famille. Merci surtout à mes frères, mes sœurs, leurs enfants adorés et mon mari pour m'avoir soutenu et m'encouragé sans cesse tout au long de cette thèse. Sans vous, je n'aurais jamais pu y arriver.

Un grand bisou à ma nièce Manel et mes chères filles Hadil et Raouene qui étaient ma source d'énergie.

# TABLE DES MATIERES

|   |    |
|---|----|
| RÉSUMÉ  | 1  |
| REMERCIEMENTS   | 4  |
| TABLE DES MATIÈRES  | 5  |
| LISTE DES ILLUSTRATIONS ET GRAPHIQUES                             | 8  |
| INTRODUCTION  | 10 |
| 1. GÉNÉRALITÉS SUR LES VÉHICULES AÉRIENS ET LES SYSTÈMES GNSS     | 16 |
| 1.1. Introduction   | 16 |
| 1.2. Véhicules aériens  | 17 |
| 1.2.1. Véhicules aériens à voilure fixe                           | 17 |
| 1.2.2. Véhicules aériens à voilure tournante                      | 19 |
| 1.2.3. Les convertibles   | 23 |
| 1.3. Technologies des drones                                      | 24 |
| 1.3.1. Définition et historique des drones                        | 24 |
| 1.3.2. Classification des drones                                  | 26 |
| 1.4. Capteurs embarqués sur les drones                            | 29 |
| 1.4.1. Système GPS  | 29 |
| 1.4.2. Unité de mesure inertielle IMU                             | 30 |
| 1.4.3. Altimètre  | 33 |
| 1.4.4. Télémètre  | 33 |
| 1.4.5. Caméras  | 34 |
| 1.5. Les systèmes GNSS  | 34 |
| 1.6. Modélisation d'un drone accéléré basée sur la fusion GPS/IMU | 35 |
| 1.6.1. Systèmes des coordonnées                                   | 36 |
| 1.6.2. Représentation de l'attitude                               | 37 |
| 1.6.3. Équations générales du mouvement des drones                | 40 |
| 1.7. Techniques de contrôle des drones                            | 41 |
| 1.7.1. Techniques de contrôle linéaire                            | 42 |
| 1.7.2. Techniques de contrôle non-linéaire                        | 44 |
| 1.8. Conclusion   | 48 |
| 2. SYNTHÈSE D'OBSERVATEURS D'ÉTAT                                 | 50 |
| 2.1. Introduction   | 50 |
| 2.2. Observateur et observabilité                                 | 51 |
| 2.3. Observateurs pour les systèmes linéaires                     | 53 |

---

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| 2.3.1. | Observateur de Luenberger  | 54  |
| 2.3.2. | Observateur de Kalman  | 54  |
| 2.4.   | Observateurs pour les systèmes non linéaires   | 55  |
| 2.4.1. | Observateur de Luenberger étendu   | 55  |
| 2.4.2. | Filtre de Kalman étendu  | 56  |
| 2.4.3. | Observateurs adaptatifs  | 56  |
| 2.4.4. | Observateurs à grand gain  | 57  |
| 2.4.5. | Observateurs mode glissant   | 58  |
| 2.5.   | Conclusion   | 60  |
| 3.     | ESTIMATEURS D'ATTITUDE   | 61  |
| 3.1.   | Introduction   | 61  |
| 3.2.   | Capteurs utilisés pour la détermination de l'attitude  | 61  |
| 3.3.   | Aperçu sur les approches d'estimation de l'attitude  | 63  |
| 3.3.1. | Estimation de l'attitude à base des capteurs inertiels   | 63  |
| 3.3.2. | Estimation de l'attitude à base de fusion IMU/GPS  | 70  |
| 3.4.   | Observateurs d'attitude pour des véhicules accélérés à base de l'IMU/GPS                       | 71  |
| 3.4.1. | Préliminaire   | 72  |
| 3.4.2. | Observateur d'attitude avec estimation de l'accélération                                       | 74  |
| 3.4.3. | Observateur d'attitude avec estimation de l'erreur d'accélération                              | 79  |
| 3.5.   | Résultats de simulation  | 82  |
| 3.6.   | Conclusion   | 87  |
| 4.     | CONTRÔLE DE LA TRAJECTOIRE GLOBALE D'UN DRONE CONVERTIBLE EN UTILISANT LES MESURES IMU ET GNSS | 89  |
| 4.1.   | Introduction   | 89  |
| 4.2.   | Modélisation du système  | 92  |
| 4.2.1. | Équations de mouvement   | 93  |
| 4.2.2. | Modélisation de la force aérodynamique   | 94  |
| 4.2.3. | Estimation adaptative par projection   | 96  |
| 4.3.   | Conception du contrôleur de trajectoire  | 97  |
| 4.3.1. | Générateur de trajectoire  | 98  |
| 4.3.2. | L'entrée intermédiaire   | 98  |
| 4.3.3. | Extraction de l'attitude et de la vitesse angulaire désirées                                   | 99  |
| 4.3.4. | Contrôleur de trajectoire basé sur un observateur  | 100 |
| 4.4.   | Résultats des simulations  | 106 |
| 4.4.1. | Simulation 1 : Vol sans transition   | 107 |
| 4.4.2. | Simulation 2 : Du vol stationnaire au vol d'avancement   | 110 |
| 4.5.   | Conclusion   | 113 |
|        | CONCLUSION   | 115 |

---

|   |     |
|---|-----|
| APPENDICES  | 118 |
| A Stabilité au sens de Lyapunov   | 118 |
| A.1. Définitions liées à la notion de stabilité de Lyapunov                                       | 118 |
| A.2. Méthode directe de Lyapunov  | 120 |
| B Expressions utilisées dans la conception du contrôleur de CUAV                                  | 123 |
| B.1. Dérivée de la fonction tangente hyperbolique d'un vecteur                                    | 123 |
| B.2. Dérivée de la vitesse angulaire désirée $\omega_d$   | 123 |
| B.3. Expressions des erreurs de la force aérodynamique $\tilde{F}_{ae}$ et $\dot{\tilde{F}}_{ae}$ | 124 |
| C LISTE DES SYMBOLES ET NOTATIONS MATHÉMATIQUES   | 127 |
| D LISTE DES ABRÉVIATIONS  | 128 |
| RÉFÉRENCES  | 129 |

# LISTE DES ILLUSTRATIONS ET GRAPHIQUES

|             |   |    |
|-------------|---|----|
| Figure 1.1  | Configuration générale d'un avion   | 17 |
| Figure 1.2  | Commandes de vol d'un avion   | 18 |
| Figure 1.3  | Exemples d'hélicoptères : (a) Hélicoptère classique - (b) Hélicoptère à rotors coaxiaux - (c) Hélicoptère à rotors en tandem - (d) Quadrirotor                    | 19 |
| Figure 1.4  | Mouvements d'hélicoptère : (a) Vol stationnaire - (b) Vol en translation  | 20 |
| Figure 1.5  | Mouvements d'hélicoptère : (a) Hélicoptère FANTAIL - (b) Hélicoptère NOTAR MD500  | 21 |
| Figure 1.6  | Exemples des Tailsitters : <i>Lockheed XFV-1</i>  | 22 |
| Figure 1.7  | Convertibles à poussée basculée : (a) Décollage vertical - (b) Vol de croisière   | 23 |
| Figure 1.8  | Convertibles à poussée fixée : (a) Décollage vertical - (b) Manœuvre de transition - (c) Vol de croisière   | 24 |
| Figure 1.9  | Exemples des drones utilisés pendant la guerre de Corée et de Viêtnam : (a) Le drone Lockheed D-21 - (b) Le drone Ryan 147  | 25 |
| Figure 1.10 | Exemples des drones HALE : (a) <i>RQ-4B Global Hawk</i> - (b) <i>RQ-180 Sentinel</i>  | 26 |
| Figure 1.11 | Exemples des drones MALE : (a) <i>MQ-1 Predator</i> - (b) <i>MQ-9 Reaper</i>  | 27 |
| Figure 1.12 | Exemples des drones tactiques : (a) <i>Watchkeeper WK450</i> de Thales - (b) Le drone <i>RQ-7 Shadow</i>  | 27 |
| Figure 1.13 | Exemples des mini drones : (a) Hélicoptère Radiocommandé <i>Beluga 180 Robotics</i> - (b) Quadrirotor <i>Walkera Scout X4</i> - (c) <i>Quadshot</i> de Transition | 28 |
| Figure 1.14 | Exemples des micro drones : (a) Drone à aile battante - (b) Drone quadrirotor - (c) Tailsitter à hélice carénée <i>istar</i>                                      | 29 |
| Figure 1.15 | Exemples des centrales inertielles <i>strapdown</i>   | 31 |
| Figure 1.16 | Capteurs inertiels MEMS : (a) Accéléromètre - (b) Gyroscope - (c) Magnétomètre Micromag3 de PN1   | 32 |
| Figure 1.17 | Sonar SRF10 de <i>Devantech</i>   | 33 |
| Figure 1.18 | Illustration du repère inertiel   | 36 |
| Figure 1.19 | Illustration du repère mobile   | 37 |
| Figure 1.20 | Rotation à l'aide d'un quaternion   | 39 |

|             |  |     |
|-------------|--|-----|
| Figure 2.1  | Structure d'un système-Observateur   | 51  |
| Figure 3.1  | Accélération linéaire sans bruits  | 83  |
| Figure 3.2  | Accélération linéaire avec bruits  | 83  |
| Figure 3.3  | Erreur d'attitude $\tilde{Q}$ dans le cas des mesures parfaites  | 85  |
| Figure 3.4  | Erreur d'attitude $\tilde{Q}$ dans le cas des mesures bruitées   | 85  |
| Figure 3.5  | L'accélération apparente $a$ et son estimé $\hat{a}$   | 86  |
| Figure 3.6  | L'erreur de l'accélération apparente $\tilde{a}$ estimée par <b>OBS2</b> : (a) $\alpha = 100$ (b) $\alpha = 1$ | 87  |
| Figure 4.1  | Drone convertible à poussée fixée au corps   | 93  |
| Figure 4.2  | Les composantes de la force aérodynamique  | 95  |
| Figure 4.3  | Structure d'un Contrôleur basé sur un observateur  | 97  |
| Figure 4.4  | Trajectoire 3D actuelle de CUAV (rouge) avec celle désirée (noir)  | 108 |
| Figure 4.5  | Signaux d'erreur des paramètres de la dynamique de translation en croisière                                    | 109 |
| Figure 4.6  | Signaux d'erreur des paramètres de la dynamique de rotation en croisière                                       | 109 |
| Figure 4.7  | Comparaison des signaux d'erreur de l'approche proposée avec ceux du contrôleur [96]                           | 110 |
| Figure 4.8  | Sorties du contrôleur en croisière   | 111 |
| Figure 4.9  | Trajectoire 3D actuelle de CUAV (rouge) et trajectoire désirée (noir) en cas de <i>manœuvre de transition</i>  | 111 |
| Figure 4.10 | Signaux d'erreur des paramètres de la dynamique de translation en cas de <i>manœuvre de transition</i>         | 112 |
| Figure 4.11 | Signaux d'erreur des paramètres de la dynamique de rotation en cas de <i>manœuvre de transition</i>            | 112 |
| Figure 4.12 | Sorties du contrôleur en cas de <i>manœuvre de transition</i>  | 113 |
| Figure A.1  | Illustration de la stabilité   | 119 |
| Figure A.2  | Stabilité asymptotique   | 119 |

# INTRODUCTION

Aujourd'hui, des véhicules aériens pleinement autonomes existent grâce au développement rapide des moteurs, des batteries, des capteurs, des systèmes de navigation, de guidage et de pilotage. Ces avancées technologiques et les nombreuses applications potentielles ont suscité un intérêt croissant pour les véhicules aériens sans pilotes. Ces derniers, nommés aussi drones, ont été employés avec succès pour répondre à une grande variété d'applications dans le domaine de la surveillance, de la robotique aérienne, des opérations de recherche et de sauvetage, de la reconnaissance tactique, des recherches scientifiques et d'autres. Les principaux drones existants sont les drones à voilure fixe, les drones à voilure tournante, les drones à ailes battantes et récemment nous parlons des drones hybrides ou convertibles.

Les drones convertibles sont des véhicules capables de combiner les avantages des vols horizontal et vertical. La caractéristique distinctive de tels véhicules est leur capacité de fonctionner à la fois dans le vol stationnaire stable et dans le vol d'avancement rapide et efficace. En vol stationnaire, la configuration du véhicule est plus semblable à celle d'un véhicule aérien à voilure tournante dans lequel la force de gravité est compensée par la force produite par des rotors. En vol d'avancement, la configuration du véhicule ressemble à celle d'un véhicule aérien à voilure fixe dans lequel la force de gravité est compensée par une force de portance obtenue au moyen des surfaces aérodynamiques adaptées telles que les ailes. Une trajectoire particulière du système dans lequel la configuration de vol du véhicule passe de vol stationnaire au vol d'avancement, et vice versa, est appelée *manœuvre de transition*. Le développement des convertibles de taille réduite englobe plusieurs défis comprenant la modélisation du système, la reconstruction de l'état à estimer, la conception de contrôle et la conception mécanique. Cela est dû à plusieurs facteurs : la complexité des effets aérodynamiques qui empêche d'obtenir un modèle dynamique précis qui peut être utilisé à des fins de conception de contrôle, la variation rapide de l'attitude du

véhicule à cause des perturbations externes qui rend les problèmes d'estimation d'état et de conception de contrôle plus difficile et la limitation de la charge utile qui impose souvent des restrictions sévères sur le choix des capteurs qui peut introduire des erreurs significatives de mesure et d'estimation. Cette thèse présente deux contributions théoriques. La première contribution concerne le développement de nouveaux estimateurs de l'attitude. La seconde contribution concerne la conception d'un contrôleur basé sur un observateur pour le suivi des trajectoires de référence.

### ❖ Estimation de l'attitude

L'attitude est une information importante dans différentes disciplines comme la navigation des véhicules aériens autonomes, l'aérospatiale et la robotique. Elle peut être estimée grâce aux nombreuses technologies destinées à fournir des mesures de haute qualité tels que les accéléromètres qui mesurent l'accélération linéaire, les gyroscopes qui mesurent les vitesses angulaires et les magnétomètres qui mesurent le champ magnétique terrestre. L'attitude est impliquée dans toutes les lois de contrôle. Sa connaissance précise améliore alors la performance de ces lois.

Cependant, il est difficile d'obtenir à haute fréquence l'attitude d'un drone dû essentiellement, comme il est déjà mentionné ci-dessus, à la variation éventuellement rapide de cette attitude à cause des perturbations externes (induites par le vent par exemple); à la limitation du choix des capteurs à cause de la taille réduite du véhicule, de la charge utile limitée et parfois à cause des raisons économiques. Le problème du choix des capteurs est résolu grâce à l'émergence de la technologie MEMS (Micro Electro-Mechanical Systems) qui a conduit à la conception des capteurs (accéléromètres, gyroscopes, magnétomètres) de taille réduite et ayant une faible consommation en énergie. Ces trois capteurs sont conçus sous forme d'une triade orthogonale et embarqués dans des centrales inertielles IMU (Inertial Measurement Unit).

Plusieurs méthodes d'estimation de l'attitude ont été développées depuis les années 70. Parmi ces méthodes, nous trouvons les méthodes dynamiques qui utilisent l'ensemble des mesures de trois capteurs de la centrale IMU. Elles contiennent les filtres de *Kalman* et ses variantes et les observateurs non linéaires

(dans le cadre déterministe). Pour des fortes non linéarités, les observateurs non linéaires ont montré leur efficacité à fournir des estimés avec plus de précision comparés au filtre de *Kalman* qui nécessite une linéarisation du premier ordre du système. En effet, les méthodes dynamiques sont souvent fiables si l'accéléromètre mesure uniquement la projection du champ de gravité. C'est le cas où le corps rigide se trouve en phase statique ou bien lorsque son accélération linéaire est négligeable devant la gravité. Néanmoins, le corps rigide se trouve souvent en mouvement accéléré. Dans ce cas, l'accéléromètre ne mesure pas uniquement la projection de la gravité mais également l'accélération linéaire du véhicule, un terme qui est exprimé dans le repère mobile et sa transformation dans le repère inertiel est impossible ou introduit des erreurs indésirables. Pour cela, une mesure complémentaire de vitesse GPS (Global Positioning System) peut être utilisée pour compenser l'effet de l'accélération linéaire. Des observateurs d'attitude basés sur la fusion des données IMU/GPS existent dans la littérature. Nous citons par exemple les travaux développés dans [1] et [2]. Les auteurs ont estimé l'attitude sans avoir estimé l'accélération linéaire qui est supposée directement déduite de la vitesse GPS. Dans [3], les auteurs ont proposé un observateur mode glissant permettant l'estimation à la fois de l'attitude et de l'accélération apparente, mais cet observateur fournit de mauvaises performances lorsque le bruit affectant le système est de niveau élevé. Dans cette thèse, nous proposons deux observateurs d'estimation robuste de l'attitude et de l'accélération apparente en cas de mouvement accéléré. Les observateurs proposés sont destinés de manière à ce que l'accélération apparente ou l'erreur affectant cette accélération soient fonction de la variation des erreurs dynamiques de la vitesse.

### ❖ Conception d'un contrôleur de suivi de trajectoires de référence

En raison de la complexité des effets aérodynamiques et de forts couplages entre les dynamiques ainsi que de la forte non linéarité des systèmes drones, une conception robuste de contrôle des véhicules de taille réduite est nécessaire pour atteindre un certain degré d'autonomie. Depuis les dernières décennies, la conception de contrôle des petits drones a été un sujet de recherche difficile pour la communauté scientifique. Les techniques de contrôle linéaires deviennent incapables d'assurer une bonne stabilité et donnent parfois des résultats moins

performants puisque elles reposent sur une approximation linéaire qui nécessite la connaissance précise des effets aérodynamiques ou utilisent des modèles simplifiés qui négligent complètement les effets aérodynamiques et les couplages entre les dynamiques. De nos jours, les recherches s'orientent vers les techniques de contrôle non linéaires qui donnent des résultats satisfaisants au niveau pratique.

Différentes stratégies ont été largement développées pour contrôler les drones à voilure fixe et les drones à voilure tournante. Bien que la littérature dans le domaine de contrôle des drones convertibles n'est pas très étendue, le concept du contrôle de ces véhicules présente également d'importants défis. La plupart des travaux développés dans ce cadre, tels que [4, 5, 6, 7], sont basés sur la condition de commutation entre des lois de contrôle dérivées indépendamment pour les dynamiques de vol vertical et les dynamiques de vol horizontal tandis que le problème de contrôle de la phase de transition entre ces régimes différents de vol n'est pas abordé. Il est nécessaire donc d'étudier la grande variation dans la dynamique du véhicule durant la transition d'un régime de vol à l'autre pour assurer le contrôle sur l'enveloppe de vol complète.

Récemment, des solutions abordant le problème de contrôle des drones convertibles et évitant la commutation entre les contrôleurs des régimes de vol différents ont été proposées dans [8, 9, 10, 11]. Ces solutions prennent en compte des effets aérodynamiques mais les dynamiques dues aux couplages entre les axes sont complètement négligées. Dans la présente thèse, nous proposons une stratégie de contrôle adaptatif et robuste pour un drone convertible à poussée fixée au corps. Les effets aérodynamiques et les couplages entre les dynamiques sont pris en considération. Le modèle des forces aérodynamiques employé est celui développé dans [10]. Les couplages entre les dynamiques de translation et de rotation et toutes autres perturbations agissant sur le véhicule sont compensés en utilisant un algorithme d'estimation adaptative par projection défini dans [12]. L'originalité de ce travail est que les attitudes réelle et désirée ne sont plus disponibles, alors l'attitude réelle est estimée grâce à un observateur et celle désirée est extraite d'une entrée intermédiaire virtuelle indépendante de toute perturbation. Les analyses de stabilité de Lyapunov sont utilisées pour garantir la stabilité asymptotique du système durant le vol complet.

## ❖ Organisation du manuscrit

Ce manuscrit de thèse est composé de quatre chapitres introduits comme suit :

**Le chapitre 1** est une introduction générale sur les familles de véhicules aériens et les drones en particulier. Dans un premier temps, après un bref historique sur les véhicules aériens, nous décrivons une classification de ces véhicules selon trois grandes familles : ceux à voilure fixe, ceux à voilure tournante et les convertibles. Ensuite, un bref historique et une classification détaillée des drones selon leur taille sont présentés. Certains capteurs et systèmes qui permettent de se localiser sont également examinés et en spécifiant le système GNSS (Global Navigation Satellite System) pour une localisation de grande précision. Puis, les équations générales de mouvement des drones sont décrites. Enfin, un état de l'art sur les techniques de contrôle des drones existantes dans la littérature est présenté.

**Le chapitre 2** présente une synthèse sur les observateurs d'état. Dans un premier temps, la notion d'observabilité et les conditions démontrant l'observabilité des systèmes linéaires et des systèmes non linéaires sont données. Puis, nous citons quelques observateurs d'état tel que les observateurs à grand gain qui sont largement utilisés pour l'estimation de l'attitude des véhicules aériens et qui sont la base de nos observateurs d'attitude développés dans le chapitre 3.

**Le chapitre 3** est consacré à notre contribution autour de l'estimation de l'attitude d'un corps rigide en mouvement accéléré. La détermination de l'attitude nécessite des capteurs spécifiques embarqués qui sont discutés au début de ce chapitre. Ensuite, un état de l'art sur les différentes approches développées dans la littérature pour l'estimation de l'attitude est présenté. La suite du chapitre est concentrée sur le développement des deux observateurs d'attitude non linéaires basés sur les données IMU et GPS. Une simulation sous Matlab est proposée afin d'examiner les performances de ces observateurs.

Dans **le chapitre 4**, nous développons une approche unifiée permettant le contrôle de la trajectoire globale d'un drone convertible à poussée fixée au corps. Nous donnons en premier temps un état de l'art sur les approches utilisées pour le contrôle des drones convertibles. Puis, nous présentons les modèles nécessaires pour décrire le mouvement d'un drone convertible. Par la suite, nous nous

consacrons au développement de l'approche proposée. Les lois de contrôle conçues sont décrites en détail et des simulations sont analysées et discutées.

Enfin, une conclusion générale résume nos principaux apports et ouvre quelques perspectives à ce travail. Finalement, des appendices et des références bibliographiques clôturent ce manuscrit.

# CHAPITRE 1

## GENERALITES SUR LES VEHICULES AERIENS ET LES SYSTEMES GNSS

---

### Sommaire

---

|             |   |           |
|-------------|---|-----------|
| <b>1.1.</b> | <b>Introduction</b>   | <b>16</b> |
| <b>1.2.</b> | <b>Véhicules aériens</b>  | <b>17</b> |
| 1.2.1.      | Véhicules aériens à voilure fixe  | 17        |
| 1.2.2.      | Véhicules aériens à voilure tournante                                   | 19        |
| 1.2.3.      | Les convertibles  | 23        |
| <b>1.3.</b> | <b>Technologies des drones</b>  | <b>24</b> |
| 1.3.1.      | Définition et historique des drones                                     | 24        |
| 1.3.2.      | Classification des drones   | 26        |
| <b>1.4.</b> | <b>Capteurs embarqués sur les drones</b>                                | <b>29</b> |
| 1.4.1.      | Système GPS   | 29        |
| 1.4.2.      | Unité de mesure inertielle IMU  | 30        |
| 1.4.3.      | Altimètre   | 33        |
| 1.4.4.      | Télémètre   | 33        |
| 1.4.5.      | Caméras   | 34        |
| <b>1.5.</b> | <b>Les systèmes GNSS</b>  | <b>34</b> |
| <b>1.6.</b> | <b>Modélisation d'un drone accéléré basée sur la fusion<br/>GPS/IMU</b> | <b>35</b> |
| 1.6.1.      | Systèmes des coordonnées  | 36        |
| 1.6.2.      | Représentation de l'attitude  | 37        |
| 1.6.3.      | Équations générales du mouvement des drones                             | 40        |
| <b>1.7.</b> | <b>Techniques de contrôle des drones</b>                                | <b>41</b> |
| 1.7.1.      | Techniques de contrôle linéaire   | 42        |
| 1.7.2.      | Techniques de contrôle non-linéaire                                     | 44        |
| <b>1.8.</b> | <b>Conclusion</b>   | <b>48</b> |

---

# CHAPITRE 1

## GENERALITES SUR LES VEHICULES AERIENS ET LES SYSTEMES GNSS

### 1.1. Introduction

Voler comme des oiseaux dans l'air était le désir de l'homme depuis le 17<sup>ième</sup> siècle. Les nombreuses tentatives des pionniers, souvent qualifiées de futiles, étaient la base de développement de l'aviation durant ces cinq derniers siècles. L'histoire de l'aviation alors débutait avec Leonard de Vinci qui a livré la première étude raisonnée sur le vol humain. Les frères Montgolfiers venaient après de découvrir les aérostats et ont réussi de s'élever dans l'atmosphère en 1783 grâce au ballon à air chaud mais sans contrôle de la trajectoire. Plus tard, des machines plus lourdes que l'air munies de moteurs et pilotées par des gouvernes ont été inventées, et les frères Wright ont effectué les premiers vols motorisés et contrôlés en 1903 avec des altitudes et des vitesses remarquables. Avec le temps, les progrès de l'aviation civile ont bénéficié des progrès de l'aviation militaire. Cela a conduit au développement des premiers avions de ligne très stables, performants, assurant des grandes vitesses et des hautes altitudes tels que les quadriréacteurs puis la naissance du concorde supersonique.

Récemment, les progrès technologiques ont donné une impulsion au développement de véhicules aériens sans pilote de dimensions réduites. Ces véhicules, nommés *drones* ou UAVs (Unmanned Aerial Vehicles), sont capables d'accomplir des tâches dans des environnements très hostiles où l'accès est limité pour l'homme. La navigation précise des drones est cruciale afin d'obtenir des vols de haute performance, et donc plusieurs capteurs et systèmes de détection sont exploités pour la navigation autonome.

Dans ce chapitre, nous présentons les familles les plus connues des véhicules aériens ainsi que leurs caractéristiques. Nous donnons ensuite un aperçu sur les drones en décrivant leur classification, le domaine de leurs applications et les différents capteurs et systèmes embarqués pour assurer leur autonomie. Parmi

ces systèmes, le système GNSS (Global Navigation Satellite System) permettant une localisation avec une grande précision est discuté. Nous allons ensuite décrire les modèles cinématique et dynamique du mouvement des drones et les techniques de leur contrôle.

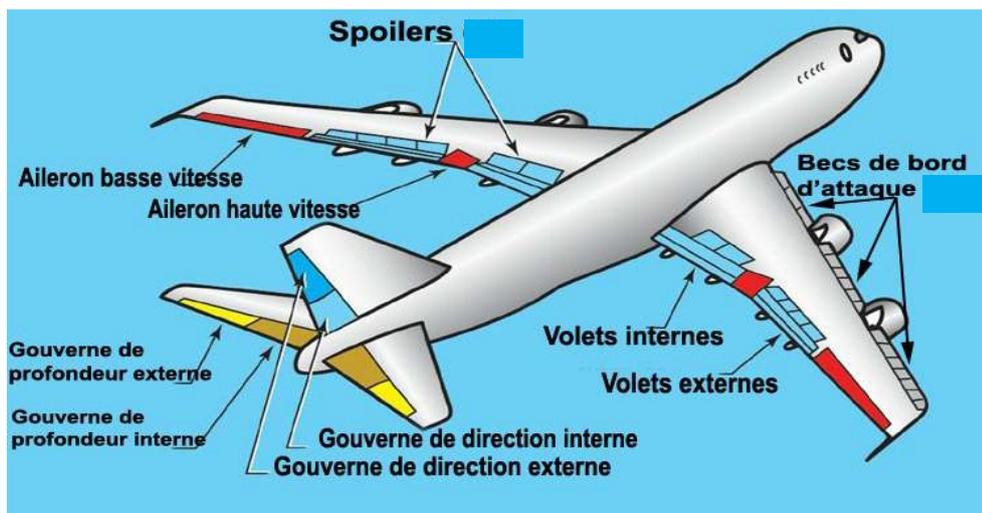
## **1.2. Véhicules aériens**

Actuellement, plusieurs familles de véhicules aériens existent : véhicules à voilure fixe, véhicules à voilure tournante, véhicules à ailes battantes, ... etc. Les véhicules à ailes battantes concernent généralement les micro drones et sont en phase de recherche, ils sont dotés d'une capacité de vol avec des trajectoires similaires à celles des insectes et de vol stationnaire à basses vitesses (voir paragraphe 1.3.2).

### **1.2.1. Véhicules aériens à voilure fixe**

#### **1.2.1.1. Description des véhicules aériens à voilure fixe**

Les véhicules aériens à voilure fixe, aussi nommés *avions*, sont équipés par des voilures constituées de deux demi-ailes fixées à la structure de ces véhicules. Leur sustentation est assurée par une force aérodynamique, qui est la *portance*, produite à l'aide de ces ailes. Ils sont de plusieurs configurations et sont constitués d'une cellule comprenant les éléments suivants :



**Figure 1.1** : Configuration générale d'un avion

- Un fuselage aménagé pour contenir la charge utile transportée (passagers, fret, ...), de forme choisie de manière à réduire la traînée aérodynamique.

- Des ailes, exposées au vent, permettant de produire une portance pour faire voler l'avion. Sur ces ailes sont installées les surfaces mobiles suivantes :
  - Les volets hypersustentateurs permettant d'augmenter la portance aux basses vitesses et de rabaisser la vitesse de décrochage
  - Les becs, placés sur le bord d'attaque de l'aile, permettant de retarder le décrochement des filets d'air sur l'extrados
  - Spoilers, situés sur l'extrados, assurant un freinage aérodynamique en vol et à l'atterrissage (augmentent la traînée et diminuent la portance de l'aile)
  - Les ailerons, installés aux extrémités des ailes, permettant d'assurer la gouverne en roulis de l'avion
- Des empennages constitués des surfaces fixes et des surfaces mobiles tels que le profondeur et la gouverne de direction pour assurer la stabilité et la gouverne en tangage et en lacet de l'avion.
- Des trains d'atterrissage permettant les évolutions au sol et l'arrêt de l'avion sur une distance acceptable grâce à un système de freinage associé.
- Un groupe motopropulseur, à piston pour les anciens avions ou à turbine pour les avions modernes, fournissant la force de poussée de l'avion.

Les commandes en roulis, tangage et lacet et les actions associées sont présentées par la Figure 1.2.

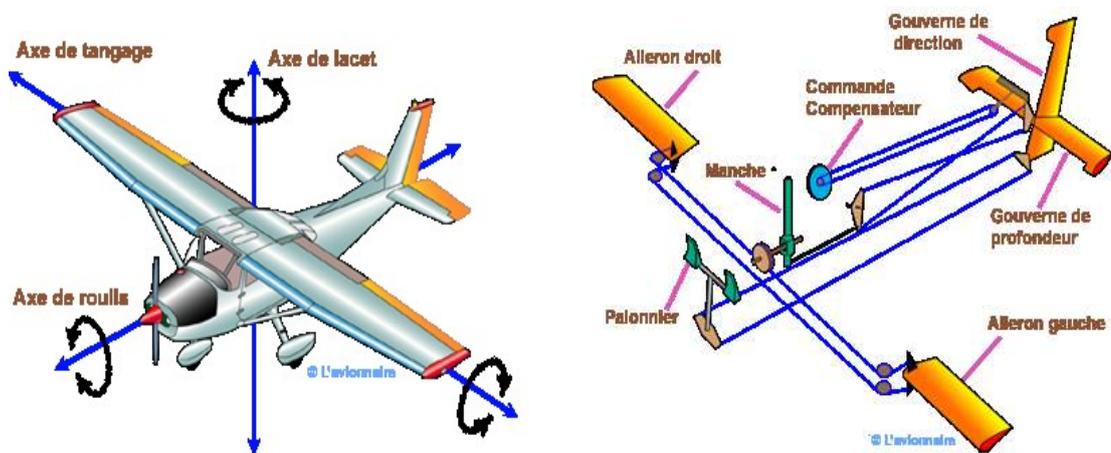


Figure 1.2 : Commandes de vol d'un avion (source *wikipédia*)

### **1.2.1.2. Caractéristiques des véhicules aériens à voilure fixe**

Les véhicules aériens à voilure fixe exigent une piste pour le décollage et l'atterrissage. Leurs croisières sont assurées par des vitesses importantes. De plus, ils sont caractérisés par une grande endurance et donc un rayon d'action plus élevé. De même, ils doivent être soumis à une forte force aérodynamique pour leur sustentation. Cette dernière caractéristique implique que les lois de commande de ce genre de véhicules doivent tenir compte des forces aérodynamiques pour assurer une stabilité globale du système.

### **1.2.2. Véhicules aériens à voilure tournante**

Les véhicules aériens à voilure tournante sont des aéronefs appartenant aux véhicules VTOL (Vertical Take-Off and Landing) qui effectuent le décollage et l'atterrissage verticaux ainsi que le vol stationnaire. La voilure tournante est représentée par un ou plusieurs rotors entraînés par des moteurs pour assurer la sustentation et la propulsion. Ces rotors possèdent deux ou plusieurs pâles dont la rotation génère une force de poussée et des couples pour l'aéronef. Du point de vue conception, les véhicules aériens à voilure tournante sont de deux classes principales : les hélicoptères et les tailsitters.

#### **1.2.2.1. Hélicoptères**

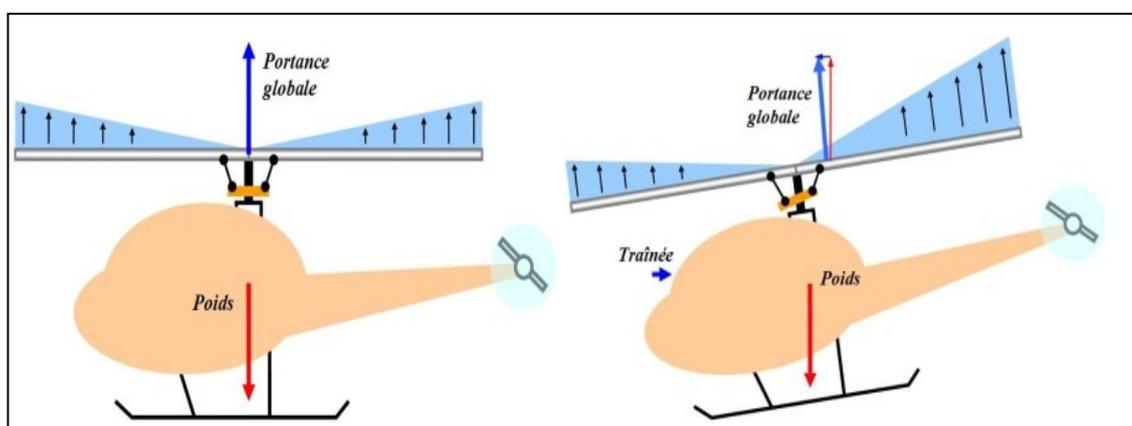
Les hélicoptères sont conçus de manière à annuler les couples provoqués par les rotors du véhicule qui causent une rotation opposée de l'appareil autour de lui-même. Pour cela, plusieurs configurations sont considérées dont nous citons celles les plus utilisées et qui sont présentées par la Figure 1.3.



**Figure 1.3 :** Exemples d'hélicoptères : (a) Hélicoptère classique - (b) Hélicoptère à rotors coaxiaux - (c) Hélicoptère à rotors en tandem - (d) Quadrirotor

- **Hélicoptère classique** : Il comprend un rotor principal à axe vertical pour assurer la sustentation et les mouvements de l'appareil dans tous les sens, et un rotor de queue (rotor anti-couple) à axe horizontal permettant d'empêcher l'appareil de tourner autour de lui-même lorsque le rotor principal tourne (Figure 1.3a). En jouant sur sa puissance, le rotor anti-couple fait aussi tourner l'appareil en lacet. Le rotor principal tourne toujours à vitesse constante et donc la modification du comportement du rotor est provoquée seulement par la variation de l'angle d'attaque des pâles. Autrement dit que la régulation de la force de portance est basée sur le changement d'angles de tangage des pâles et non pas sur la variation de la vitesse.

Le déplacement de l'hélicoptère se fait par le basculement de la composante de force de portance du rotor principal. Le vol stationnaire de l'appareil résulte lorsque la portance globale s'oppose exactement au poids de l'appareil, et la montée s'obtient lorsque la portance des pâles est supérieure au poids (Figure 1.4a). En translation (Figure 1.4b), le déplacement dans une direction désirée se fait par un léger basculement de la composante de portance du rotor principal.



**Figure 1.4** : Mouvements d'hélicoptère : (a) Vol stationnaire - (b) Vol en translation (source *wikipédia*)

Malheureusement, la configuration de la queue anti-couple permet une grande consommation d'énergie, ainsi la queue de l'appareil est très sensible au vent. Des solutions pour remplacer la queue anti-couple ont été considérées tels que le système FANTAIL qui a été conçu dans les années 1960 et le système NOTAR (NO TAIL Rotor) qui a été conçu dans les années 1980 (voir Figure 1.5). Les deux systèmes fournissent plus de protection et réduisent significativement le bruit

externe et la vibration. Le principe de FANTAIL et de NOTAR est expliqué dans [13].



**Figure 1.5** : Mouvements d'hélicoptère : (a) Hélicoptère FANTAIL - (b) Hélicoptère NOTAR MD500

- **Hélicoptère à rotors coaxiaux** : Il est composé de deux rotors tournant en sens inverse autour du même axe (Figure 1.3b). C'est une configuration peu encombrante comparée à celle d'hélicoptère classique mais elle est très complexe et offre des vitesses relativement faibles.
- **Hélicoptère à rotors en tandem** : Il est composé de deux rotors de la même nature l'un placé à l'avant et l'autre placé à l'arrière (Figure 1.3c). Les deux rotors tournent dans des sens opposés pour annuler le couple de lacet et sont synchronisés par un mécanisme de transmission afin qu'ils ne soient pas en collision en cas de panne d'un moteur.
- **Quadrirotor** : C'est un appareil moins compliqué appartenant aux mini drones (voir plus loin). Il comporte quatre rotors pour sa sustentation et sa propulsion (Figure 1.3d) : deux tournent dans un sens (rotatifs) et deux tournent dans l'autre sens (contre rotatifs) pour compenser le couple de lacet. Le mouvement vertical de l'appareil s'effectue en augmentant (montée) ou diminuant (descente) le régime des quatre rotors. Le mouvement en lacet s'effectue en augmentant la vitesse du couple rotors rotatifs et diminuant celle du couple contre rotatifs (virage à gauche). Tandis que les mouvements en roulis et en tangage s'obtiennent tout en augmentant la vitesse d'un rotor et diminuant la vitesse de l'autre du même couple. La portance et le couple du quadrirotor sont alors contrôlés via la vitesse du rotor.

### **1.2.2.2. Tailsitters**

Les tailsitters sont des aéronefs qui utilisent leurs empennages pour décoller ou atterrir. Exemples de ces véhicules, le *Lockheed XFV-1* américain et les tailsitters à hélice carénée tel que le *istar* de la Figure 1.14c donnée plus loin.



**Figure 1.6** : Exemples des Tailsitters : *Lockheed XFV-1*

### **1.2.2.3. Caractéristiques des véhicules aériens à voilure tournante**

Les véhicules aériens à voilure tournante ont :

- ✓ l'aptitude d'effectuer un vol stationnaire ce qui permet d'atteindre des endroits inaccessibles aux avions
- ✓ le pouvoir de décoller et d'atterrir sur des terrains limités sans avoir besoin d'une piste d'atterrissage
- ✓ une grande manœuvrabilité adaptée à un certain nombre de situations spécifiques
- ✓ des vitesses de déplacement basses et des rayons d'action réduits.

Cependant, ces véhicules exigent des moteurs très puissants afin de pouvoir se soulever du sol, limitant en cela leur capacité d'emport. Du point de vue contrôle, la poussée du véhicule générée par les pâles des rotors dépend fortement des orientations de ces pâles et de la vitesse rotationnelle du rotor [14]. Pour cette raison, deux sortes de contrôle de poussée existent : contrôle de poussée par changement des angles de tangage et de la vitesse rotationnelle des pâles, cas d'hélicoptère classique, ou contrôle de poussée par le contrôle de la vitesse rotationnelle des pâles seulement, cas des quadrirotors et les tailsitters.

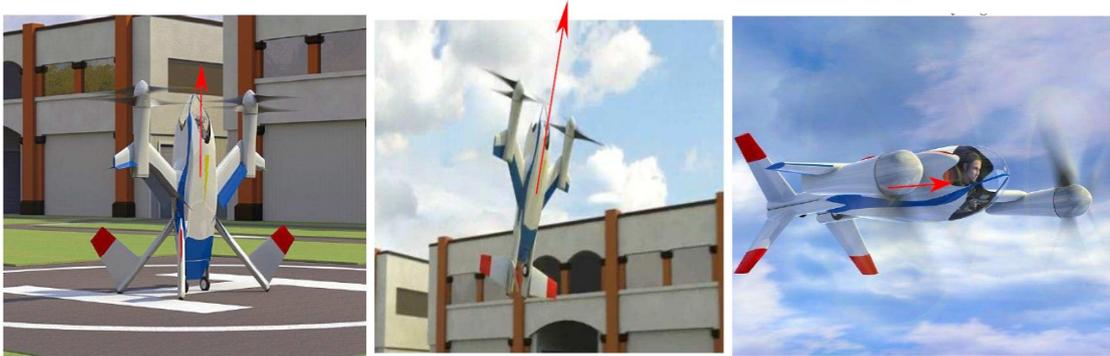
### **1.2.3. Les convertibles**

Les convertibles, aussi appelés *aéronefs hybrides*, sont des aéronefs inventés ces dernières années pour effectuer le vol stationnaire avec les mêmes capacités que les aéronefs à voilure tournante (grande manœuvrabilité, survol, ...) et la croisière avec les mêmes caractéristiques que les aéronefs à voilure fixe (endurance, rayon d'action élevé, ...). Ils appartiennent alors aux deux familles d'aéronefs citées ci-dessus. Les transitions entre le vol stationnaire et le vol en croisière sont appelées *manœuvres de transition*.

Les convertibles peuvent être divisés en deux catégories : Convertibles à poussée basculée et Convertibles à poussée fixée au corps. Les convertibles de la première catégorie sont actionnés par une force de poussée qui change de direction lors de *manœuvre de transition*. Dans ce cas, la *manœuvre de transition* peut être effectuée en gardant l'orientation de l'aéronef approximativement constante (voir Figure 1.7). Les convertibles de la deuxième catégorie sont actionnés par une poussée attachée au véhicule (Figure 1.8), et donc des changements importants de l'orientation du véhicule sont requis lors de *manœuvre de transition*. Cette conception différente entre les deux convertibles entraîne forcément des méthodes de contrôle différentes. De plus, lors des *manœuvres de transition*, des forts changements de forces aérodynamiques peuvent affecter le contrôle des convertibles. Ce problème est le point de préoccupation des chercheurs ces dernières années. Dans le chapitre 4 de cette thèse, nous proposons une approche de contrôle des convertibles à poussée fixée au corps.



**Figure 1.7 :** Convertibles à poussée basculée : (a) Décollage vertical - (b) Vol de croisière



**Figure 1.8** : Convertibles à poussée fixée au corps : (a) Décollage vertical - (b) *Manœuvre de transition* - (c) Vol de croisière [10]

### **1.3. Technologies des drones**

#### **1.3.1. Définition et historique des drones**

Un drone est un terme anglais qui désigne un aéronef sans pilote UAV. Il peut voler de façon autonome ou être piloté à distance depuis le sol. Il est capable alors de suivre une trajectoire, de naviguer dans l'espace, d'utiliser la navigation visuelle, de réaliser des décollages, des atterrissages et des vols à différentes altitudes avec une grande maniabilité.

Les drones ont été initialement développés pour des besoins militaires afin d'accomplir des missions de surveillance, de renseignement ou de combat sans risque de pertes humaines et matériels, puis ils sont passés aux usages civils variés.

Le concept du drone a émergé à partir de la première guerre mondiale. Son développement a suivi le rythme des grands conflits du 20<sup>ème</sup> siècle : première guerre mondiale, seconde guerre mondiale, guerre froide, guerre de Corée et du Viêtnam, guerre d'Iraq, ....etc. Pendant la première guerre mondiale, en 1916 au Royaume-Unis, l'ingénieur *Archibald Low* a lancé le projet «*Aerial Target*» d'avion-cible commandé à distance via des ondes TSF (Télégraphie Sans Fil). Similairement, aux États-Unis, un avion automatique de *Hewitt-Sperry* a effectué son premier vol en 1917. En France, le capitaine *Max Boucher* a réussi en 1917 à faire voler un avion Voisin sur 1 km. *Georges Clemenceau*, le président de la commission sénatoriale de l'armée française, a lancé au début de 1918 un projet d'avions sans pilotes là où le capitaine *Max Boucher* a amélioré son système de pilotage automatique et il a fait voler un avion Voisin BN3 sur un parcours de 100 km; et en 1923, avec l'aide de l'ingénieur *Maurice Percheron*, il a fait voler un

véritable drone piloté via la TSF. D'autres prototypes d'avions-cibles autonomes ont été ensuite construits avant la deuxième guerre mondiale au Royaume-Unis et aux États-Unis. Entre 1935 et 1940, *Reginald Denny* a produit le modèle initial d'avion-Radio RP-1 puis le modèle RP-2 en 1938, ensuite les deux modèles modifiés RP3 et RP-4 en 1939. A son tour, l'armée Allemande a développé des recherches à partir de 1938 sur des missiles sol/air radiocommandés.

Les programmes des recherches et des fabrications de drones s'intensifient pendant la guerre froide après les incidences de l'avion espion U-2 et de l'avion de reconnaissance RB-47 américains qui furent abattu par l'armée soviétique lors de leur mission. Ces grands événements ont poussé plus le monde à l'idée de remplacer les avions-espions par des drones ou des satellites pour éviter de mettre en jeu la vie des pilotes.

Le grand essor des drones date de l'époque des guerres de Corée, de Viêtnam et du Golfe. A cette époque, les drones ont été développés de façon confidentielle et employés par les États-Unis pour espionner ces pays entre les années 60 et 90. Exemples des drones utilisés, le *Lockheed D-21* et *Ryan 147* développés par la société américaine *Ryan Aeronautical* (Figure 1.9). Et en 1999, le drone *Predator* a été déployé au Kosovo (voir Figure 1.11a). A partir des années 2000 et grâce aux progrès technologiques, le drone a fait son entrée dans le monde civil pour des applications professionnelles qui demandent des vitesses de déplacement lentes. Dotés des caméras, les drones sont employés dans de nombreux domaines : météorologie, incendies, sécurité, agriculture, photos aériennes, surveillances, recherches, ...etc. Exemples des drones utilisés sont cités dans le paragraphe 1.3.2.



**Figure 1.9** : Exemples des drones utilisés pendant la guerre de Corée et de Viêtnam : (a) Le drone Lockheed D-21 - (b) Le drone Ryan 147

### **1.3.2. Classification des drones**

Les drones peuvent être classés selon plusieurs critères : le fonctionnement aérodynamique, la taille, la capacité d'emport des armements pour les drones militaires, la furtivité de haute intensité, ... etc. Selon le fonctionnement aérodynamique, les drones peuvent être de voilure fixe, tournante ou battante comme il est expliqué dans le paragraphe 1.2. Le classement le plus répandu est fondé sur le critère de taille. Les drones sont de différentes tailles allant du plus grands drones aux micro-drones. Ils sont classés comme suit.

#### **1.3.2.1. Les drones HALE**

Les drones HALE (Haute Altitude Longue Endurance) sont des drones de grande taille, de masse supérieure à 10 tonnes, d'envergure de 20 à 40 m et d'endurance entre 12 et 48 heures. Ils sont chargés de missions de surveillance et de reconnaissance à haute altitude (entre 12.000 et 20.000 m). Cette classe exige une équipe d'opérateurs importante au sol pour l'analyse des informations. La Figure 1.10 montre deux exemples de drones HALE : le drone de surveillance *RQ-4B Global Hawk* et le drone de combat *RQ-180 Sentinel* construits par *Northrop*. Les deux drones sont d'autonomie similaire.



**Figure 1.10** : Exemples des drones HALE : (a) *RQ-4B Global Hawk* - (b) *RQ-180 Sentinel*

#### **1.3.2.2. Les drones MALE**

Les drones MALE (Moyenne Altitude Longue Endurance) sont utilisés pour des vols d'altitudes opérationnelles de 5000 à 12.000 m et une endurance entre 10 et 36 heures. Leur masse est inférieure à 10 tonnes et leur envergure est de 10 à 20 m. Les drones de cette classe peuvent assurer des vitesses de 220 à 360 km/h et un rayon d'action allant jusqu'à 1000 km. Ils sont chargés de missions de

reconnaissance et d'attaque. Exemples de ces drones, nous citons le *MQ-1 Predator* et le *MQ-9 Reaper* présentés par la Figure 1.11.



**Figure 1.11** : Exemples des drones MALE : (a) *MQ-1 Predator* - (b) *MQ-9 Reaper*

### **1.3.2.3. Les drones tactiques**

Les drones tactiques TUAV (Tactical Unmanned Aerial Vehicle) sont des drones à voilure fixe, de taille un peu petite que celle des drones des deux classes précédentes et caractérisés par : une envergure inférieure à 10 m, une masse inférieure à 1 tonne, une endurance de 2 à 8 heures et un rayon d'action jusqu'à 500 km. Ces drones assurent des vitesses entre 150 et 700 km/h et volent à moins de 5 km d'altitude. Ils sont destinés pour la surveillance, le relais de communication, le renseignement d'acquisition d'objectifs et la reconnaissance. La Figure 1.12 présente deux drones de classe tactique qui sont le *watchkeeper WK450* de Thales et le *RQ-7 Shadow* américain.



**Figure 1.12** : Exemples des drones tactiques : (a) *Watchkeeper WK450* de Thales - (b) Le drone *RQ-7 Shadow*

### **1.3.2.4. Les mini drones**

Les mini drones sont des drones de petite taille, d'envergure inférieure à 50 cm et de masse de 2 à 5 kg. Ils sont souvent de famille VTOL et volent pour des

vitesse de 50 à 70 km/h, un rayon d'action allant jusqu'à 10 km et une endurance de 20 à 30 min. Ils sont chargés pour la collecte des renseignements dans les combats rapprochés. La Figure 1.13 présente l'hélicoptère mono-rotor radiocommandé *Beluga 180* et le quadrirotor *Walkera Scout X4 RTF*. La Figure 1.13c montre une configuration d'un drone convertible, le *Quadshot*, d'envergure de 1 m et qui peut voler environ 8 min en stationnaire et jusqu'à 15 min en vol d'avancement.



**Figure 1.13** : Exemples des mini drones : (a) Hélicoptère Radiocommandé *Beluga 180* Robotics - (b) Quadrirotor *Walkera Scout X4* - (c) *Quadshot* de Transition

#### **1.3.2.5. Les micro drones**

La taille des micro drones est la plus petite taille comparée à celle des drones des autres classes. Leur envergure est inférieure à 15 cm et leur masse est inférieure à 2 kg. Les micro drones peuvent voler jusqu'à une altitude de 100 m avec une endurance jusqu'à 20 min. Une seule personne suffit aux opérations de ces drones et leur propulsion est effectuée par des moteurs électriques. Parmi les avantages de ces drones est la possibilité de pénétrer dans des endroits encombrés ou de petits espaces (milieu urbain). Ils sont beaucoup utilisés pour des applications civiles et aussi utilisés par les militaires pour la reconnaissance, l'observation d'une cible fixe et l'espionnage. Exemples des micro drones : le drone miniaturisé à aile battante de la Figure 1.14a, le quadrirotor à aile tournante de la Figure 1.14b et le tailsitter à hélice carénée *istar* de la Figure 1.14c. Ce dernier est constitué d'un rotor principal à pas fixe situé à l'intérieur d'une carène pour produire de la portance. En effet, les carènes sont des anneaux ou des tubes entourant un rotor ou une hélice pour protéger les pales de l'environnement extérieur et accroître le rendement propulsif du système de poussée. Les engins de ce type disposent de gouvernes montées sous l'hélice entre le corps cylindrique et le carénage, contrant le flux d'air généré par le couple des rotors. Les efforts aérodynamiques (la portance et la traînée) exercés sur ces gouvernes, lorsqu'elles sont braquées, permettent de contrôler l'attitude de l'engin.



**Figure 1.14** : Exemples des micro drones : (a) Drone à aile battante - (b) Drone quadrirotor - (c) Tailsitter à hélice carénée *istar*

## **1.4. Capteurs embarqués sur les drones**

Aujourd'hui, les progrès technologiques et les nombreuses applications potentielles ont donné une importante impulsion au développement des drones miniaturisés et de bas coûts. Ces drones sont généralement équipés par des moteurs plus légers et plus puissants pour la propulsion, des batteries plus efficaces pour l'alimentation, des systèmes d'électronique plus fiables et d'autres matériels nécessaires rendant possible l'intégration de tout ce qui est nécessaire pour la navigation autonome. Le contrôle automatique des drones exige de connaître des informations sur l'état du véhicule et sur l'environnement qui l'entoure (position, vitesse, attitude, distances aux obstacles, force et direction du vent, forces externes exercées sur le véhicule, ... etc.). Ces informations peuvent être mesurées par des capteurs embarqués sur le véhicule et doivent dépendre de l'application et de la technique de conception du contrôle. Dans ce qui suit, nous citons quelques capteurs utilisés pour le pilotage, la navigation, le contrôle et la connaissance de l'environnement du vol.

### **1.4.1. Système GPS**

Le système GPS (Global Positioning System) est un système de navigation par satellites conçu par le ministère de la défense américain DoD (Department of Defense). Il est né de la fusion de deux programmes expérimentaux, l'un de l'U.S. Navy, l'autre de l'U.S. Air force. Par sa conception, il affiche l'ambition d'offrir à tous les types d'utilisateurs un service homogène et continu en trois dimensions, avec un codage susceptible de donner aux forces armées américaines une précision inaccessible aux usagers civils.

Le développement du système GPS a commencé dans les années 70, la mise en place démarrait en 1979 par le lancement du premier satellite. Le système a été déclaré pleinement opérationnel par le DoD le début février 1994.

Comme tout système spatial, GPS est composé de trois segments : le segment spatial constitué d'une constellation de 24 satellites répartis de manière à observer au moins quatre satellites à n'importe quel lieu sur le globe terrestre, le segment de contrôle pour poursuivre les satellites et calculer leurs éphémérides et les corrections de leurs horloges et, le segment utilisateur qui représente tous les usagers munis d'un récepteur GPS.

L'objectif du système GPS est de déterminer la position en 3D du véhicule, à partir des mesures des pseudo-distances fournies par le récepteur, et la vitesse linéaire du véhicule à partir des mesures de la fréquence Doppler du signal reçu par le récepteur. GPS peut déterminer aussi l'attitude du véhicule à l'aide d'un ensemble d'antennes GPS.

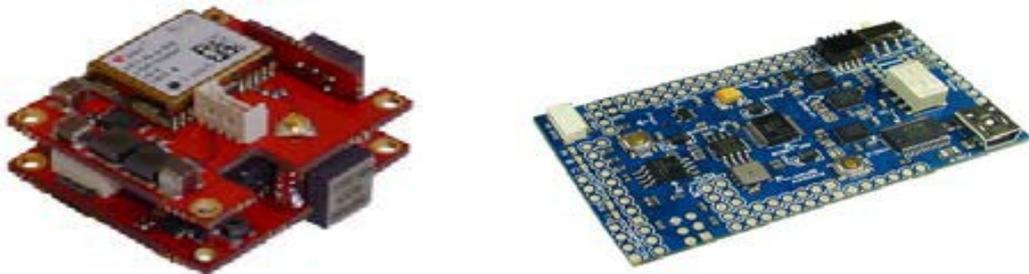
Malheureusement, le système GPS possède quelques inconvénients : les retards ionosphérique et troposphérique, les trajets multiples dues aux réflexions par des objets voisins, la géométrie des satellites situés à des angles relativement courts, la fréquence d'échantillonnage, ... etc. Ceux-ci dégradent les performances du système et donc l'utilisation de GPS seul est limitée pour des applications qui demandent une grande précision et des applications de sécurité.

#### **1.4.2. Unité de mesure inertielle IMU**

L'unité de mesure inertielle IMU (Inertial Measurement Unit), ou centrale inertielle, est un dispositif qui comporte des capteurs inertiels placés sur le véhicule selon deux architectures différentes : IMU à la cadran ou *plate-forme stabilisée* et IMU à composants liés ou *strapdown*. La *plate-forme stabilisée* est constituée d'un ensemble de cadres rigides pour isoler les capteurs inertiels des rotations extérieures et donc de conserver l'orientation fixe dans le temps en se basant sur l'effet gyroscopique d'une masse en mouvement. Par conséquent, l'attitude du véhicule est directement mesurée dans le repère fixe avec une grande précision. Cependant, ce type d'IMU sont de taille et de poids importants et leurs coûts sont très élevés ce qui limite leur utilisation dans les drones miniaturisés. Grâce aux progrès technologiques et l'avènement de

l'informatique, ceux-ci ont donné naissance aux systèmes IMU *strapdown* (voir Figure 1.15). Les capteurs inertiels de ces systèmes sont fixés rigidement à la structure véhicule et donc les mesures fournies par ces capteurs sont effectuées dans le repère véhicule. La précision des systèmes IMU *strapdown* n'atteint pas encore celle des *plates-formes stabilisées* mais ils sont particulièrement appropriés pour des applications tactiques et de navigation grâce à leur structure simple et leurs coût et taille avantageux.

Les capteurs inertiels contenus dans l'IMU sont : un accéléromètre triaxial, un gyroscope triaxial et un magnétomètre triaxial. Ils sont définis ci-dessous.



**Figure 1.15** : Exemples des centrales inertielles *strapdown*

- **L'accéléromètre** : est un capteur qui se comporte comme une masse couplée par un ressort. Son objectif est de mesurer l'accélération apparente  $a$  qui est la différence entre l'accélération linéaire du véhicule et l'accélération gravitationnelle  $g$  obtenue en se basant sur la deuxième loi de *Newton*. Pour des faibles accélérations ( $a \ll g$ ), l'accéléromètre peut être utilisé comme un inclinomètre qui mesure la direction de la gravité [15].

Les accéléromètres actuellement disponibles sont de deux familles : accéléromètres asservis et accéléromètres non asservis. Pour la première famille, l'accélération apparente est mesurée à la sortie d'une boucle à contre réaction comprenant un accéléromètre considéré comme l'entrée de la boucle et qui mesure l'accélération immédiate, une boucle à contre réaction contenant un correcteur du type PI (Proportionnel Intégral) pour améliorer la précision de mesure, et une sortie qui donne l'accélération obtenue par la lecture de l'énergie nécessaire à la force de rappel pour ramener la masse à sa position initiale. Les accéléromètres de la deuxième famille sont de plusieurs types : les accéléromètres à cordes vibrantes, les accéléromètres à quartz, les accéléromètres à pendule tournant, et les accéléromètres miniaturisés

électromécaniques correspondants aux accéléromètres MEMS (Micro Electro-Mechanical Systems). Ces derniers sont des capteurs à bas coût, de poids léger, de taille petite et sont largement utilisés dans des applications robotiques. L'accélération apparente agissant sur la masse d'accéléromètre est mesurée par différents effets.

- **Le gyroscope** : matérialise le repère de mesure des accélérations et fournit les mesures des vitesses angulaires  $\omega$  dues à la rotation du repère attaché au véhicule autour du repère inertiel. L'intégration de ces mesures donne l'attitude du véhicule [16].

Les gyroscopes les plus utilisés actuellement sont basés sur l'analyse de vibration, comme le cas des gyroscopes VSG (Vibratory Structure Gyroscopes), ou sur les principes d'optiques employant l'interférence de la lumière (l'effet de Sagnac), comme l'exemple des gyroscopes à fibre optique FOG (Fiber Optic Gyroscopes) et des gyrolasers RLG (Ring Laser Gyroscopes). Les gyroscopes FOG et RLG sont très précis et insensibles aux vibrations et aux fortes accélérations de la centrale inertielle. Mais leur coût élevé, leur taille importante et leur poids rendent leur utilisation limitée pour des applications demandant des drones miniaturisés. Alors ils sont remplacés par les gyroscopes de technologie MEMS qui ont démontré une précision acceptable.

- **Le magnétomètre** : fournit les mesures du champ magnétique terrestre (intensité et/ou direction). Néanmoins, ce capteur est affecté par plusieurs effets dus aux changements de température, aux parasites magnétiques générés par des moteurs électriques ou d'autres objets magnétiques voisins ce qui limite son utilisation.



**Figure 1.16** : Capteurs inertiels MEMS : (a) Accéléromètre - (b) Gyroscope - (c) Magnétomètre Micromag3 de PN1

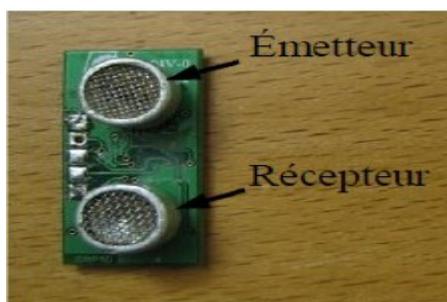
L'IMU est caractérisé par une meilleure précision et un débit de données élevé ce qui est particulièrement intéressant pour les systèmes de conduite automatisée. Néanmoins, sa précision se dégrade à long terme à cause d'une forte dérive et des bruits de mesures.

### **1.4.3. Altimètre**

L'altimètre indique l'altitude du véhicule par rapport au niveau de référence, généralement le niveau moyen de la mer. En fait, l'altitude représente l'image de la pression statique qui peut être mesurée à l'aide d'un tube de Pitot. La mesure de ce capteur est très sensible aux changements des conditions atmosphériques (rafales de vent). Pour les drones miniatures, il est généralement préférable d'utiliser ce capteur pour des applications intérieures.

### **1.4.4. Télémètre**

Le télémètre permet de fournir les mesures de distance par rapport à une cible éloignée. Le principe de mesure repose sur la transmission d'un signal qui se propage du télémètre vers la cible ensuite retourné par réflexion, et la distance se déduit par mesure du temps séparant l'émission de la réception. C'est le principe utilisé par le télémètre laser à balayage, le télémètre radar et le télémètre à ultrasons indiqué par la Figure 1.17. Le télémètre radar mesure aussi la vitesse relative du télémètre par rapport à l'obstacle en utilisant l'effet Doppler. Le télémètre radar et le télémètre laser à balayage ont des plages de fonctionnement plus larges qui leurs permettent d'être les plus appropriés dans les applications de drones pour l'évitement d'obstacles. Pour les drones miniatures, l'utilisation d'un télémètre est envisageable pour la mesure de la distance au sol dans les phases de décollage et d'atterrissage, et même aussi pour détecter les murs ou les obstacles.



**Figure 1.17** : Sonar SRF10 de *Devantech*

### **1.4.5. Cameras**

Les cameras peuvent être montées sur les drones pour fournir une information visuelle sur le milieu environnant. Cela se fait par estimation de position et d'orientation par rapport aux objets observés. Ces informations sont dérivées soit en combinant l'information d'une camera avec les informations des autres capteurs embarqués, soit en utilisant deux cameras ou plus (technique stéréovision) [17, 18] et la cartographie des données visuelles est obtenue par chaque camera.

## **1.5. Les systèmes GNSS**

Comme déjà dit aux paragraphes 1.4.1 et 1.4.2, les systèmes GPS et IMU présentent des insuffisances qui dégradent leurs performances. Les techniques GNSS sont considérées comme la solution la plus efficace pour faire face à ces insuffisances. Deux générations de systèmes GNSS existent : le GNSS1 et le GNSS2. Le système GNSS1 est spécifiquement développé pour améliorer le GPS américain et répondre aux critères de performances opérationnelles. Le système GNSS2, appelé aussi *Galileo*, est un système européen indépendant du GPS développé en 1999 et mis en service en 2014 avec une constellation non complète ce qui limite son utilisation pour quelques heures seulement.

Le système GNSS1 possède trois techniques d'amélioration : la technique ABAS (Aircraft Based Augmentation System), la technique GBAS (Ground Based Augmentation System) et la technique SBAS (Satellite Based Augmentation System). La technique ABAS permet de contrôler l'intégrité des signaux GPS par la fonction RAIM (Receiver Autonomous Integrity Monitoring) ou par la méthode AAIM (Aircraft Autonomous Integrity Monitoring) qui consiste à combiner l'information issue du GPS avec l'information issue d'un système de bord tels que la centrale inertielle IMU et l'altimètre. La technique GBAS, tel que le système DGPS (Differential GPS), consiste à utiliser un récepteur au sol pour calculer les corrections différentielles locales correspondant à la majorité des erreurs GPS puis les transmettre aux usagers afin de corriger en temps réel leurs positions. La technique SBAS est basée sur des satellites géostationnaires pour transmettre des corrections différentielles étendues.

Notre thèse est basée sur la fusion des données GPS et des données IMU. La synergie présentée entre ces deux systèmes est due à la très bonne précision à court terme de l'IMU alliée à la bonne précision à long terme du GPS. Le filtre de *Kalman* étendu EKF (Extended *Kalman* Filter) fournit un outil puissant pour créer le synergisme entre le système GPS et la centrale IMU. Les résultats fiables du filtrage de *Kalman* sont fondés sur la définition exacte des modèles mathématiques et stochastiques utilisés dans le procédé de filtrage. Toutefois, l'optimalité du filtre de *Kalman* dépend fortement de la linéarité et de l'hypothèse gaussienne. La distribution de l'état du système est approximée par une variable aléatoire gaussienne qui est propagée analytiquement par une linéarisation du premier ordre du système non linéaire. Cette linéarisation peut provoquer des grandes erreurs dans l'estimation des paramètres stochastiques de la variable aléatoire gaussienne transformée. De plus, le coût calculatoire du filtre de *Kalman* est intensif puisque la linéarisation est faite autour des estimations obtenues à partir du filtre. Dans les chapitres 2 et 3, nous allons présenter d'autres estimateurs non linéaires qui ne nécessitent pas une linéarisation du système.

## **1.6. Modélisation d'un drone accéléré basée sur la fusion GPS/IMU**

Les drones sont modélisés comme des corps rigides. Les équations de mouvement sont dérivées par l'application des lois de *Newton* et d'*Euler*. En fait, ces équations contiennent des paramètres qui sont fournis directement par des capteurs différents et qui sont exprimés dans des repères différents. Dans un système de navigation hybride GPS/IMU par exemple, le GPS mesure la position et la vitesse du récepteur par rapport à une constellation de satellites alors que l'utilisateur veut connaître sa position par rapport à la terre. Les capteurs inertiels de l'IMU fournissent leurs mesures par rapport au repère inertiel mais elles s'expriment dans le repère lié au véhicule. Cela veut dire que pour une navigation précise, il est nécessaire de définir les différents repères de coordonnées utilisés dans un système de navigation qui exige les transformations entre ces différents repères.

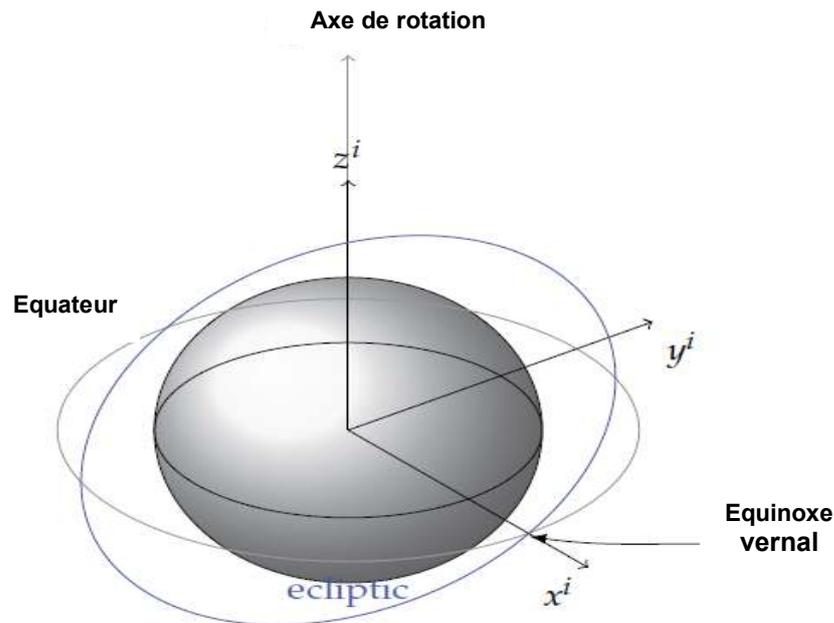
Dans ce paragraphe et avant de décrire les équations de mouvement, nous allons citer les repères de coordonnées utilisés dans cette thèse, puis définir et représenter l'orientation (attitude) qui permet la transformation entre ces repères.

### **1.6.1. Systèmes des coordonnées**

Les processus fondamentaux de la navigation sont les définitions précises des systèmes de coordonnées. Dans cette thèse, deux repères orthogonaux sont utilisés : le repère inertiel, noté ( $i$ ), et le repère mobile, noté ( $b$ ) (*body*).

#### **1.6.1.1. Repère inertiel ( $i$ )**

Le repère inertiel ( $i$ ) est un repère dans lequel les lois de *Newton* s'appliquent. Il est défini par une origine représentant le centre de la terre et d'axes non rotatifs pointés vers des étoiles fixes.



**Figure 1.18** : Illustration du repère inertiel

#### **1.6.1.2. Repère mobile ( $b$ )**

Le repère mobile ( $b$ ) est un repère attaché au véhicule et défini par une origine, qui représente le centre de gravité du véhicule, et d'axes confondus avec les axes de rotation du véhicule (roulis, tangage, lacet).

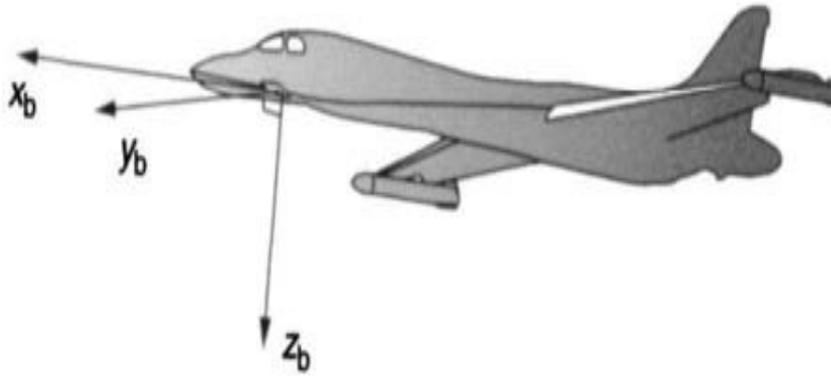


Figure 1.19 : Illustration du repère mobile

## 1.6.2. Représentation de l'attitude

L'attitude est l'orientation relative du repère mobile ( $b$ ) par rapport au repère inertiel ( $i$ ). Différentes formes de représentation d'attitude ont été adoptées dans la littérature telles que les représentations par les angles d'*Euler* (roulis  $\phi$ , tangage  $\theta$ , lacet  $\psi$ ), par la *matrice de rotation*  $R$  et par le *quaternion*  $Q$  [19, 20, 21]. Ces représentations sont inspirées du théorème de rotation d'*Euler*. Le choix d'une représentation spécifique de l'attitude se fait en tenant compte de la nature de l'application envisagée et de ses contraintes imposées. Pour les véhicules aériens, les représentations par la matrice de rotation et le quaternion sont souvent utilisées.

### 1.6.2.1. Représentation de l'attitude par les angles d'Euler

La représentation de l'attitude d'un corps rigide dans l'espace 3D par les angles d'Euler est une manière simple et intuitive. Les angles d'*Euler* ( $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ ) sont utilisés dans les domaines de l'aéronautique et la robotique. Ils peuvent être déduits directement par l'intégration des vitesses angulaires fournies par les gyroscopes. Soit  $\omega \in \mathcal{R}^3$  le vecteur vitesses angulaires exprimées dans le repère mobile ( $b$ ), l'équation qui lie ce vecteur vitesses aux angles d'*Euler* est donnée comme suit [20] :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \frac{1}{\cos\theta} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\phi\sin\theta & \cos\phi\sin\theta \\ 0 & \cos\phi\cos\theta & -\sin\phi\cos\theta \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \omega. \quad (1.1)$$

D'après l'équation (1.1), il est évident que la mise à jour des angles de roulis et de lacet présente des singularités quand l'angle de tangage du véhicule est égal à

$\pi/2$ . Pour éviter ces singularités, les représentations par  $R$  et  $Q$  ci-dessous sont alors utilisées.

### **1.6.2.2. Représentation de l'attitude par la matrice de rotation**

La rotation du repère ( $b$ ) vers le repère ( $i$ ) peut être identifiée par une matrice de rotation  $R$  qui permet de transformer les coordonnées d'un vecteur exprimé dans un système de coordonnées à un autre. Cette matrice est aussi appelée matrice de passage, matrice de cosinus directeurs (DCM) ou encore matrice d'attitude. Elle appartient au groupe orthogonal spécial  $SO(3)$  donné par :

$$SO(3) = \{R \in \mathcal{R}^{3 \times 3}, \det(R) = 1, R^T R = R R^T = I_{3 \times 3}\}, \quad (1.2)$$

où  $R^T$  est la transposée de  $R$  et  $I_{3 \times 3}$  est la matrice d'identité tridimensionnelle. N'importe quel vecteur  $x$  exprimé dans le repère ( $i$ ) peut s'écrire dans le repère ( $b$ ) comme suit :

$$x_b = R^T x. \quad (1.3)$$

La relation qui lie la matrice  $R$  aux angles d'Euler ( $\phi, \theta, \psi$ ) est la suivante [22] :

$$R = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\theta s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix}. \quad (1.4)$$

Les notations  $s$  et  $c$  désignent le sinus et le cosinus.

L'équation cinématique de rotation du corps rigide décrite par la matrice  $R$  est donnée par [15] :

$$\dot{R} = R S(\omega), \quad (1.5)$$

avec  $S(\cdot)$  la matrice antisymétrique définie par :

$$S(x) = \begin{bmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.6)$$

et qui a les propriétés suivantes :

$$S(x)^T = -S(x) \quad (1.7a)$$

$$S(x)y = -S(y)x = x \times y \quad (1.7b)$$

$$S(x)x = 0 \quad (1.7c)$$

$$S(x)^2 = xx^T - x^T x I_3 \quad (1.7d)$$

$$S(Rx) = R S(x) R^T \quad (1.7e)$$

où  $x$  et  $y \in \mathcal{R}^3$  et  $x_i, i = 1,2,3$ , sont les composantes de  $x$ .

### 1.6.2.3. Représentation de l'attitude par le quaternion

La représentation de l'attitude par le quaternion est la forme la plus utilisée dans la littérature. D'après le théorème d'Euler, un quaternion peut être décrit par une rotation d'un angle  $\theta$  autour d'un axe unitaire  $\vec{u}$  :

$$Q = \begin{bmatrix} c\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ s\left(\frac{\theta}{2}\right)\vec{u} \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

où  $|\vec{u}| = 1$ ,  $c$  et  $s$  sont les fonctions sinus et cosinus.

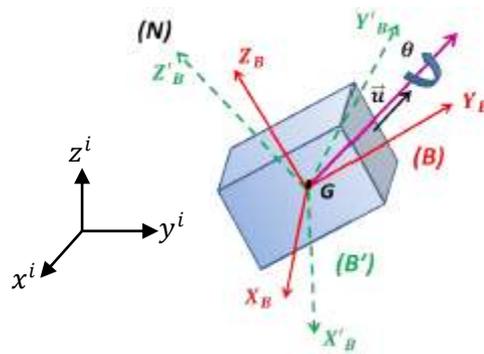


Figure 1.20 : Rotation à l'aide d'un quaternion

Le quaternion peut être aussi représenté par  $Q = (\eta, q)$ , avec  $\eta \in \mathcal{R}$  et  $q \in \mathcal{R}^3$  désignant respectivement sa partie scalaire (partie réelle) et sa partie vectorielle (partie imaginaire). Il appartient à la sphère tridimensionnelle  $S^3$  et satisfait la contrainte suivante :

$$\|Q\| = \eta^2 + q^T q = 1. \quad (1.9)$$

L'équation cinématique de rotation du corps rigide peut être exprimée à l'aide du quaternion unitaire  $Q$  par [20] :

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} Q \odot \begin{pmatrix} 0 \\ \omega \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q^T \\ \eta I_{3 \times 3} + S(q) \end{bmatrix} \omega. \quad (1.10)$$

Le symbole  $\odot$  est le produit des quaternions.

Nous pouvons citer quelques propriétés liées aux quaternions :

- Inverse du quaternion :  $Q^{-1} = (\eta, -q)$
- Quaternion Identité:  $Q \odot Q^{-1} = [1, 0_{1 \times 3}]^T$ , avec  $0_{1 \times 3}$  est un vecteur ligne contenant des zéros.

- Multiplication entre deux quaternions  $Q(\eta_q, q)$  et  $P(\eta_p, p)$  :

$$Q \otimes P = [\eta_q \eta_p - q^T p; \eta_q p + \eta_p q + S(q)p]. \quad (1.11)$$

Le quaternion  $Q$  est associé avec la matrice  $R$  par la formule de rotation de Rodrigues suivante [23] :

$$R(\eta, q) = I_{3 \times 3} + 2S(q)^2 + 2\eta S(q). \quad (1.12)$$

L'équation (1.12) peut s'écrire sous la forme suivante [19] :

$$R(\eta, q) = \begin{bmatrix} \eta^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1 q_2 - \eta q_3) & 2(q_1 q_3 + \eta q_2) \\ 2(q_1 q_2 + \eta q_3) & \eta^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2 q_3 - \eta q_1) \\ 2(q_1 q_3 - \eta q_2) & 2(q_2 q_3 + \eta q_1) & \eta^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}, \quad (1.13)$$

avec  $q_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , sont les composantes de  $q$ .

En comparant les équations (1.4) et (1.13) et en substituant l'équation (1.9), les angles d'*Euler* peuvent facilement être déduits de la matrice de rotation  $R$  ou du quaternion  $Q$  comme suit :

$$\begin{aligned} \phi &= \text{atan2}(R_{32}, R_{33}) \\ &= \text{atan2}[2(q_2 q_3 + \eta q_1); 1 - 2(q_1^2 + q_2^2)], \end{aligned} \quad (1.14a)$$

$$\theta = -\text{asin}(R_{31}) = -\text{asin}[2(q_1 q_3 - \eta q_2)], \quad (1.14b)$$

$$\begin{aligned} \psi &= \text{atan2}(R_{21}, R_{11}) \\ &= \text{atan2}[2(q_1 q_2 + \eta q_3); 1 - 2(q_2^2 + q_3^2)], \end{aligned} \quad (1.14c)$$

où  $\text{atan2}$  est la fonction tangente inverse dans les quatre quadrants utilisée dans la plupart des langages de programmation (Matlab, C, FORTRAN),  $\text{asin}$  est la fonction sinus inverse et  $R_{ij}$  et  $q_i$ ,  $1 \leq i, j \leq 3$ , sont les composantes de  $R$  et  $q$  respectivement.

### **1.6.3. Équations générales du mouvement des drones**

#### **1.6.3.1. Équations cinématiques**

Les mouvements de translation et de rotation d'un drone sont décrits par les équations cinématiques suivantes [2, 24] :

$$\dot{p} = v, \quad (1.15)$$

$$\dot{v} = a + g e_3, \quad (1.16)$$

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q^T \\ \eta I_{3 \times 3} + S(q) \end{bmatrix} \omega, \quad \dot{R} = RS(\omega), \quad (1.17)$$

où  $p$ ,  $v$  et  $a$  sont la position, la vitesse linéaire et l'accélération apparente du véhicule exprimées dans le repère  $(i)$ ,  $g e_3$  est l'accélération de la gravité où  $e_3 = [0,0,1]^T$ , et  $\omega$  est la vitesse angulaire du repère  $(b)$  par rapport au repère  $(i)$  exprimée dans le repère  $(b)$ .

### **1.6.3.2. Équations dynamiques**

En appliquant les lois de *Newton*, les équations dynamiques de translation et de rotation d'un drone sont données comme suit [25] :

$$\dot{v} = g e_3 - \frac{T}{m} e_3 + \frac{F_{ae}}{m} + \frac{F_c}{m}, \quad (1.18)$$

$$J \dot{\omega} = -S(\omega) J \omega + \tau + \tau_{ae} + \tau_c, \quad (1.19)$$

où  $T \in \mathcal{R}$  est la force de poussée exprimée dans le repère  $(i)$ ,  $m$  est la masse du système,  $F_{ae}$  et  $\tau_{ae}$  sont la force et le couple aérodynamiques,  $\tau \in \mathcal{R}^3$  est le couple du système exprimé dans le repère  $(b)$ ,  $\omega$  est la vitesse angulaire du système exprimée dans le repère  $(b)$ ,  $J$  est la matrice d'inertie symétrique positive, et  $F_c$  et  $\tau_c$  sont les couplages entre les dynamiques de translation et les dynamiques de rotation.

## **1.7. Techniques de contrôle des drones**

Des véhicules aériens pleinement autonomes existent aujourd'hui grâce aux algorithmes récemment développés qui permettent l'élaboration des tâches de navigation, de guidage et de pilotage, et aussi grâce aux techniques avancées qui permettent le contrôle de ces véhicules. Plusieurs techniques de contrôle appliquées aux drones ont été développées dans les dernières décades. Elles ont été conçues de façon prédominante à l'aide de techniques de contrôle classiques. Une bonne technique doit éliminer tout risque d'instabilité (décrochage) et améliorer les performances du drone (minimiser les erreurs en régime permanent, atténuer les oscillations) afin d'obtenir la convergence la plus rapide possible [26]. Cependant, des difficultés rencontrées lors de conception des lois de contrôle sont dues principalement aux fortes non linéarités des systèmes drones, aux importants couplages entre les différents axes, aux instabilités causées par des

incertitudes paramétriques et d'autres dynamiques non modélisées, aux importantes perturbations externes tel que le rafale du vent, et au sous-actionnement des drones. Pour cette dernière difficulté, seulement quatre entrées de contrôle, correspondant à la force de poussée et aux couples de contrôle, sont générées pour contrôler plusieurs degrés de libertés. La force de poussée est générée pour compenser la force de gravité et le contrôle du mouvement de translation. Les couples de contrôle sont générés pour contrôler le mouvement de rotation du drone selon les trois axes, et donc trois couples sont produits : le couple de roulis assure le contrôle d'un drone suivant les directions latérales, le couple de tangage assure le contrôle d'un drone suivant les directions longitudinales et le couple de lacet contrôle l'appareil autour de l'axe de lacet. Le mouvement de rotation peut être aussi contrôlé par les vitesses angulaires désirées ou par la direction de la force de poussée.

Dans cette section, nous présentons un aperçu sur les différentes techniques de contrôle des drones. Ces techniques peuvent être linéaires ou non linéaires.

### **1.7.1. Techniques de contrôle linéaire**

Les systèmes drones, comme déjà dit, sont fortement non linéaires. Le concept de contrôle linéaire est basé sur la linéarisation du système autour d'une trajectoire d'équilibre afin de simplifier le modèle non linéaire du système drone. Plusieurs techniques de contrôle linéaire classique et moderne ont été appliquées avec succès pour améliorer la stabilité du vol des drones mais sous certaines conditions d'équilibre : trajectoires considérées à faibles vitesses, perturbations externes négligées, ...etc.

Parmi les techniques de contrôle linéaire, nous trouvons la commande par un correcteur proportionnel. La sortie du correcteur est proportionnelle à l'écart entre la valeur fournie par les capteurs et la consigne. L'ajout des termes dérivé et intégral, pour construire un contrôleur PID (Proportionnel Intégral Dérivé), permet d'améliorer les performances de cette technique (le temps de réponse et l'erreur statique). Cette approche a été testée sur un grand nombre de plateformes expérimentales à faible mouvement translationnel comme le tailsitter *istar* [27], le quadrirotor [28] et l'hélicoptère Yamaha [29]. La technique PID est également employée pour quelques pilotes automatiques installés dans des micro drones

[30]. La commande PD (Proportionnel Dérivé) a été utilisée dans [31] pour stabiliser l'altitude et le lacet du quadrirotor et dans [32] pour compenser les termes non linéaires de la dynamique de rotation et assurer la stabilisation en attitude du quadrirotor. La technique de contrôle linéaire par placement de pôles a été utilisée dans [33] pour la stabilisation d'un hélicoptère coaxial dont l'objectif est d'améliorer la stabilité et la rapidité du système en boucle fermée par le choix des valeurs propres de sa matrice d'évolution de partie réelle strictement négative.

Des méthodes linéaires, dites optimales, ont été aussi utilisées tels que LQR (Linear Quadratic Regulator), LQG (Linear Quadratic Gaussian),  $H_2$  et  $H_\infty$ . Le LQR [34] est un contrôleur dont l'idée est de placer les valeurs propres du système en boucle fermée afin qu'un critère de performance quadratique soit minimisé. L'avantage de cette commande est qu'elle garantit une certaine robustesse de la boucle fermée. Elle a été appliquée pour la stabilisation de la position latérale et de l'angle de roulis d'un quadrirotor [28], pour la stabilisation d'un tailsitter à hélices carénées en vol d'avancement [35], pour le contrôle de la vitesse d'un tailsitter [36] et pour la stabilisation de l'attitude d'un quadrirotor [37]. Les résultats de ce dernier article ont été comparés avec ceux obtenus par le contrôleur PID. Dans [38], les auteurs ont utilisé la technique du placement de pôles avec un calcul de gains par l'estimateur de *Kalman*. La commande linéaire quadratique gaussienne LQG [39] est une technique qui réunit le filtre de *Kalman* avec le contrôleur LQR suivant le principe de séparation et qui permet de calculer le gain d'une commande par retour d'état dans un souci particulier de réduire les bruits blancs. Elle a été investie pour le contrôle des hélicoptères comme dans les travaux [40, 41, 42]. Les techniques de contrôle  $H_2$  et  $H_\infty$  [43] ont été aussi largement utilisées afin de minimiser la norme d'une fonction de transfert. Nous citons par exemple le travail développé dans [44] basé sur la commande  $H_2$  pour le modèle linéaire de l'hélicoptère et les travaux [42, 45, 46, 47] basés sur la commande  $H_\infty$ . Dans [42], l'auteur a démontré, par des résultats de simulation et expérimentaux, que le contrôleur  $H_\infty$  fournit des bonnes performances et robustesse que le contrôleur LQG. La technique a été employée sur plusieurs drones à voilures tournantes [48, 49].

Cependant, la linéarisation d'un système non linéaire permet de garantir une stabilité dans un domaine d'attraction très limité. Cette difficulté est surmontée par

la technique de contrôle à retour d'état avec un échelonnement de gains (gain scheduling) [50]. Dans cette technique, des contrôleurs linéaires locaux basés sur des modèles linéarisés autour de plusieurs configurations réduites sont destinés pour couvrir un large domaine d'opération, ensuite un contrôleur global est obtenu en interpolant (*c-à-d* scheduling) les gains des contrôleurs locaux. Des exemples de travaux qui sont basés sur cette technique ont été développés dans [45, 51, 52, 53]. Néanmoins, la technique avec échelonnement de gains est simplement une approche heuristique, les propriétés de stabilité et de robustesse du contrôleur ne sont pas adressées explicitement dans le processus de conception du contrôle, et donc ces propriétés sont uniquement évaluées par des simulations et des expériences.

Les techniques de contrôle linéaires ne garantissent cependant ni la stabilité ni les performances hors du domaine de linéarité. De plus, les techniques citées ci-dessus ne sont plus valables si la trajectoire d'équilibre est mal déterminée à cause du modèle imprécis des effets aérodynamiques, si le véhicule quitte le vol quasi-stationnaire et se déplace à forte vitesse ou si le véhicule est soumis à des perturbations inconnues tels que les rafales du vent. Les techniques de contrôle non linéaire permettent de palier la plupart des limitations du contrôle linéaire.

### **1.7.2. Techniques de contrôle non linéaire**

La technique de contrôle non linéaire consiste à concevoir des lois de commande non linéaires basées sur un modèle de véhicules non linéaires. Cette technique ne fait aucune approximation sur les non linéarités du modèle ce qui en résulte de bonnes performances et robustesse comparée aux techniques linéaires. Les techniques les plus répandues sont la linéarisation entrée-sortie (ou Feedback linearization), le backstepping, le mode glissant et la commande adaptative.

La technique par linéarisation entrée-sortie développée par Hauser et Sastry [54] a été largement appliquée dans les projets des drones. L'objectif est de créer une relation différentielle linéaire entre la sortie du système et sa nouvelle entrée à travers un difféomorphisme constitué de la sortie et de ses dérivées par rapport au temps, et par conséquent, la dynamique du système non linéaire original sera répartie en une boucle externe qui contrôle les états lents en utilisant les états

rapides comme entrées et une boucle interne qui contrôle les états rapides à partir des entrées réelles du système. Cette technique ne peut être utilisée que lorsque la dynamique de l'erreur est nulle ou stable pour que la commande en boucle fermée soit également stable. La technique par linéarisation entrée-sortie a été proposée dans [55]. Les auteurs ont négligé les termes de couplage existants entre les forces et les moments. Il en résulte un système simplifié sans la dynamique des erreurs. L'auteur dans [56] a utilisé l'approche pour un micro drone quadrirotor. Un autre exemple d'utilisation de la linéarisation entrée-sortie a été donné dans [57] dont l'objectif est de contrôler un avion en angle d'attaque, en angle de dérapage, et en angle de roulis. Cette méthode a comme inconvénients d'avoir un temps de calcul assez long et une matrice à inverser qui pourrait être singulière. Dans [58], l'auteur a choisi de diviser la dynamique de vol en deux ensembles, la dynamique lente et la dynamique rapide, pour la commande d'un drone à voilure fixe. Les défauts de cette approche sont qu'elle n'assure pas une véritable stabilité en boucle fermée et qu'elle nécessite une bonne connaissance du modèle de la dynamique de l'avion. Les auteurs de l'article [59] soulignent qu'il est très difficile de déterminer avec une grande précision les coefficients aérodynamiques d'un avion et donc le modèle du système ne peut être connu précisément. Par ailleurs, le gain de la boucle interne doit être très grand afin que la dynamique transitoire des variables d'état soit très grande pour qu'elle n'ait pas d'influence sur la dynamique lente.

La technique de backstepping est une approche qui prend en compte les non linéarités telles que les couples gyroscopiques et les couplages entre les axes mais la modélisation ne fait pas intervenir les efforts aérodynamiques. Elle est récursive et basée sur la théorie de la stabilité de Lyapunov pour concevoir les lois de commande afin d'assurer un contrôleur globalement asymptotiquement stable. Cette technique ne nécessite pas une connaissance parfaite du modèle et évite de décomposer le mouvement en deux boucles. L'idée de base de la méthode est de transformer des variables d'état intermédiaire en des entrées virtuelles qui vont commander d'autres variables d'état. Le backstepping utilise une forme du système en chaîne d'intégrateurs après une transformation de coordonnées d'un système triangulaire et en se basant sur la méthode directe de Lyapunov. Le processus consiste à fragmenter le système en un ensemble de sous-systèmes

imbriqués d'ordre décroissant et de concevoir systématiquement et de manière récursive des contrôleurs et des fonctions de Lyapunov correspondantes. Les fonctions de Lyapunov construites intègrent des écarts entre les sorties régulées du système et les objectifs de commande. La convergence de ces écarts vers zéro est garantie lorsque la dérivée des fonctions de Lyapunov sont définies ou semi-définies négative (voir Appendice A). Dans [60], l'auteur a mis en avant le fait que cette méthode minimise l'effort de commande. Cette méthode a été utilisée pour contrôler les angles d'Euler [61]. Cependant, en présence d'incertitudes de modèles et des perturbations, la technique de backstepping ne peut pas garantir la stabilité du système en boucle fermée. Pour améliorer la méthode, la commande par backstepping adaptatif a été développée. Cette dernière permet de rejeter la perturbation une fois son estimation ou sa mesure est disponible. Sur cette approche sont basés plusieurs travaux qui ont été testés avec succès sur un grand nombre de plateformes expérimentales comme le drone à voilure fixe [62], l'hélicoptère [63], le birotor [64, 65], les tailsitters à hélice carénée [66], le quadrirotor [67, 68] et le drone convertible CUAV [6]. Une combinaison de la commande backstepping adaptatif et de réseau de neurones a été implantée pour un quadrirotor [69], pour un drone [70] et un drone à hélice carénée [71]. Les non linéarités et les incertitudes, tels que les efforts aérodynamiques, sont approximées par un réseau de neurones.

La commande mode glissant (SMC) est une des techniques de commande robuste les plus utilisées pour le contrôle des systèmes non linéaires en raison de ses caractéristiques attrayantes de convergence en temps fini, de sa robustesse aux incertitudes paramétriques et aux perturbations et de sa relative simplicité d'élaboration [72]. Cette technique de commande a été testée avec succès sur un grand nombre de plateformes comme le quadrirotor [73, 74] et le birotor coaxial [33, 75]. Dans [76], les auteurs ont implémenté cette méthode pour contrôler les angles d'Euler. Leur méthode prend en compte le possible défaut de l'un des actionneurs. Le mode glissant a été utilisé pour contrôler le mouvement latéral [77]. Les auteurs de ce dernier article ont développé une loi de contrôle robuste pour garder les erreurs proches de zéro. Les commandes mode glissant sont réalisées de manière à contraindre les trajectoires du système à atteindre et rester dans un voisinage d'une surface dite de commutation ou de glissement après un

temps fini. Il y a deux principaux avantages d'une telle approche. Tout d'abord, le comportement dynamique résultant peut être déterminé par le choix d'une surface adéquate. Ensuite, la réponse du système en boucle fermée présente de bonnes propriétés de robustesse vis-à-vis des perturbations, ce qui fait de cette méthode une candidate sérieuse dans la perspective de l'élaboration de commandes robustes. Cependant, l'inconvénient majeur de SMC est le phénomène de broutement, ou "*chattering*", qui consiste à une grande oscillation autour de la variable de glissement. Une nouvelle technique connue sous le nom « *algorithme de super-twisting* » a été conçue pour préserver les principaux avantages de la SMC et aussi produire des performances plus précises et souhaitées [78]. Il génère des lois de commande continues qui entraînent la variable de glissement et sa dérivée à zéro en un temps fini avec une convergence exacte, même en présence de perturbations bornées appariées. Dans [30, 79, 80], une application de la commande mode glissant du second ordre *super-twisting* a été faite pour le système de quadrirotor. Les auteurs dans [81, 82] ont proposé une commande qui combine la linéarisation entrée-sortie approximative avec un observateur mode glissant d'ordre supérieur de haut niveau fonctionnant en parallèle pour un quadrirotor. L'observateur mode glissant d'ordre supérieur permet l'estimation des perturbations externes.

La commande adaptative est une approche de contrôle des systèmes inconnus et des systèmes variants dans le temps. Elle consiste à rejeter la perturbation une fois son estimation ou sa mesure est disponible. Donc, c'est un moyen d'adaptation en temps réel de la loi de commande pour tenir compte des incertitudes. Les méthodes de commande adaptatives peuvent être classées en deux approches. La première, dite « *directe* », consiste à estimer l'information pour adapter la loi de commande de l'erreur de suivi de trajectoire tandis que la méthode, dite « *indirecte* », utilise l'entrée et la sortie du système pour estimer les paramètres du modèle de dynamique utilisés lors de la synthèse de loi de commande. La référence [83] décrit l'application de la méthode de commande adaptative directe à la commande de la position et de l'attitude d'un drone hélicoptère. Les efforts aérodynamiques sont modélisés mais considérés comme des perturbations lors de la synthèse. Dans [84], les auteurs ont décrit sommairement l'augmentation des correcteurs nominaux avec une adaptation

directe pour divers aéronefs. Dans [85] les deux approches adaptatives, *directe* et *indirecte*, ont été proposées pour un quadrirotor dont les actionneurs sont considérés suffisamment rapides pour être simplement négligés tout comme les efforts aérodynamiques.

D'autres techniques de contrôle peuvent aussi être trouvées dans la littérature incluant le contrôle prédictif [86, 87, 88], par les réseaux de neurones [89], par asservissement visuel [63, 90, 91, 92, 93, 94], par la logique floue [95], ...etc.

Dans les travaux cités précédemment, les efforts aérodynamiques ont été généralement considérés comme des perturbations externes ou ont été carrément négligés. Dans [96], les auteurs ont considéré les forces aérodynamiques comme des perturbations agissant sur un drone de type VTOL et ont intégré un algorithme d'estimation adaptative utilisant la projection pour estimer ces perturbations qui sont supposées être constantes. Peu de travaux ont tenu compte des modèles réels des efforts aérodynamiques tels que [5, 9, 10, 13]. Dans le chapitre 4, nous allons présenter une nouvelle approche de contrôle appliquée sur un drone convertible dont les efforts aérodynamiques et les couplages entre les mouvements translationnel et rotationnel sont considérés.

## **1.8. Conclusion**

Durant le chapitre 1, nous avons brièvement présenté les véhicules aériens. Spécifiquement, nous avons vu le contexte historique de l'apparition des drones, leur classification et leurs applications. Une diversité des technologies de capteurs embarqués à bord des drones ont été aussi décrits ainsi que les systèmes de navigation GNSS. Ensuite, nous avons décrit les équations générales de mouvement des drones dans l'espace 3D. Les paramétrisations d'attitude les plus utilisées ont été détaillées à savoir : la paramétrisation par les angles d'Euler, la paramétrisation par la matrice de rotation et la paramétrisation par le quaternion. Pour sa simplicité, la paramétrisation par le quaternion est utilisée dans les observateurs d'attitude développés dans le chapitre 3 et dans le contrôleur conçu dans le chapitre 4. À la fin, nous avons présenté les différentes approches de contrôle des drones rencontrées dans la littérature.

Dans le chapitre 2, nous allons présenter les différents observateurs d'état permettant l'estimation des paramètres non mesurés d'un système à cause de la non disponibilité de capteurs physiques appropriés.

# CHAPITRE 2

## SYNTHESE D'OBSERVATEURS D'ETAT

---

### Sommaire

---

|             |   |           |
|-------------|---|-----------|
| <b>2.1.</b> | <b>Introduction</b>                                 | <b>50</b> |
| <b>2.2.</b> | <b>Observateur et observabilité</b>                 | <b>51</b> |
| <b>2.3.</b> | <b>Observateurs pour les systèmes linéaires</b>     | <b>53</b> |
| 2.3.1.      | Observateur de Luenberger                           | 54        |
| 2.3.2.      | Observateur de Kalman                               | 54        |
| <b>2.4.</b> | <b>Observateurs pour les systèmes non linéaires</b> | <b>55</b> |
| 2.4.1.      | Observateur de Luenberger étendu                    | 55        |
| 2.4.2.      | Filtre de Kalman étendu                             | 56        |
| 2.4.3.      | Observateurs adaptatifs                             | 56        |
| 2.4.4.      | Observateurs à grand gain                           | 57        |
| 2.4.5.      | Observateurs mode glissant                          | 58        |
| <b>2.5.</b> | <b>Conclusion</b>                                   | <b>60</b> |

---

## CHAPITRE 2

# SYNTHESE D'OBSERVATEURS D'ETAT

### 2.1. Introduction

En automatique et en théorie de l'information, la mise en œuvre de la commande et la supervision des systèmes dynamiques requièrent souvent la connaissance des grandeurs physiques. Ces grandeurs ont besoin des capteurs pour être approximativement mesurées. Deux types de capteurs, de nature différente, sont utilisés : les capteurs physiques et les capteurs logiciels. Les capteurs physiques proviennent de différentes instrumentations, mais parfois ces instrumentations sont trop coûteuses ou sont difficiles d'être réalisées pour des raisons techniques. Cependant, il est possible de contourner cette difficulté et pallier le manque d'information par la conception des capteurs logiciels que nous appelons souvent «*observateurs d'état*» ou «*observateurs*». Dans le cadre stochastique, les observateurs portent aussi le nom de «*filtres*».

Les observateurs sont des algorithmes fondés sur un modèle du système et utilisant des informations pertinentes données par des capteurs physiques pour délivrer à chaque instant une estimation des états non mesurés. Les observateurs sont de plusieurs types et trouvent leurs applications dans différents domaines allant de la détection et de l'isolation de défauts des machines, de la commande non linéaire des procédés, du guidage d'aéronefs, ... etc.

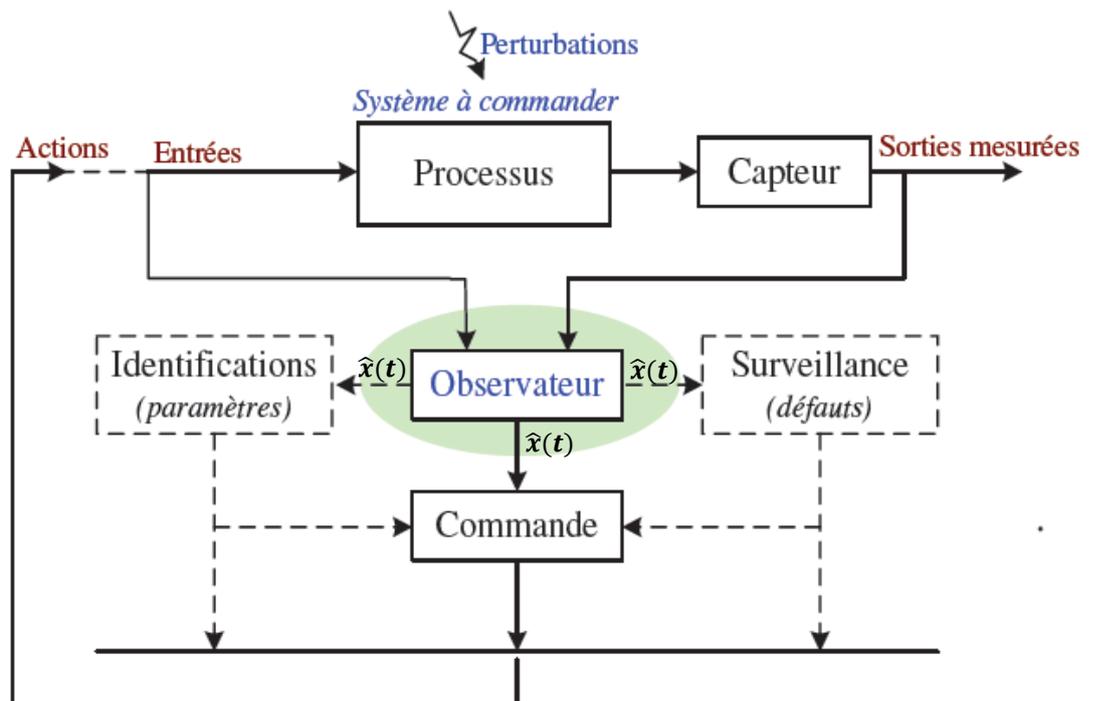
Dépendant des classes de systèmes auxquels les observateurs sont associés, nous pouvons trouver des observateurs déterministes, stochastiques, linéaires ou non linéaires. *Kalman* et *Bucy* sont les premiers qui ont introduit la théorie de l'observateur pour un système linéaire dans un environnement stochastique. Puis, *Luenberger* a fait une théorie générale des observateurs pour les systèmes linéaires déterministes. Concernant les systèmes non linéaires, plusieurs observateurs ont été proposés en tenant compte de la non linéarité des systèmes. Parmi ces observateurs, le filtre de *Kalman* étendu EKF (Extended Kalman Filter)

qui est le plus connu et le plus utilisé dans le monde de l'ingénieur, mais malheureusement il ne repose pas sur une solide théorie mathématique en plus de lourd algorithme employé pour le filtrage des mesures bruitées. Récemment, d'autres observateurs non linéaires ont été développés tels que les observateurs à grand gain [97], les observateurs de forme normale [98], les observateurs adaptatifs [99], les observateurs backstepping [100], les observateurs mode glissant [101], ... etc.

Dans ce chapitre, nous allons brièvement présenter quelques observateurs utilisés pour les systèmes linéaires et les systèmes non linéaires. Mais auparavant, nous allons parler d'un concept important dans le domaine de la reconstruction d'état qui est l'observabilité.

## **2.2. Observateur et observabilité**

L'observateur est un système dynamique qui reconstruit l'état non mesuré du système, à partir des entrées et des sorties mesurées, dans le but d'obtenir une estimation de la valeur courante de cet état. Les entrées d'un observateur sont donc les entrées et les sorties du système originel et la sortie d'un observateur est l'état estimé  $\hat{x}(t)$  du système.



**Figure 2.1 :** Structure d'un Système-Observateur

En fait, l'information sur l'état interne du système est une étape importante voir indispensable à plusieurs niveaux : la commande du procédé qui nécessite obligatoirement la connaissance de son état interne, la surveillance du procédé à travers les écarts entre le comportement de l'observateur et celui du procédé et l'identification (modélisation) du procédé au moyen de l'estimation des grandeurs constantes qui paramétrisent le modèle. Cela est clairement illustré par la Figure 2.1 [102].

Cependant, la reconstruction des états non mesurés d'un système exige de savoir à priori si les variables d'état sont observables ou non. Autrement dit, il faut savoir si l'état peut être déterminé uniquement à partir de la connaissance des signaux d'entrées et de sorties. Cette propriété est connue sous le nom d'*observabilité*.

Pour le système linéaire décrit par l'équation d'état déterministe suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.1)$$

où  $x \in \mathcal{R}^n$ ,  $u \in \mathcal{R}^m$  et  $y \in \mathcal{R}^p$  sont l'état, la commande et la sortie du système respectivement,  $A, B$  et  $C$  sont des matrices constantes de dimensions appropriées, l'observabilité du système (2.1) est garantie si la condition du rang suivante est vérifiée [103] :

$$\text{rang}(\mathcal{O}) = \text{rang} \left( \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{(n-1)} \end{bmatrix} \right) = n \quad (2.2)$$

Si le rang  $\mathcal{O}$  est inférieur à  $n$ , nous parlons alors du système partiellement observable. L'observabilité des systèmes linéaires ne dépend pas de l'entrée appliquée. Cela veut dire que si le système est observable pour une entrée  $u = 0$  alors il est aussi observable pour  $u \neq 0$ .

Contrairement pour les systèmes non linéaires, l'observabilité est liée aux entrées appliquées via la notion d'entrée uniforme. Le système est dit uniformément observable pour toute entrée si cette propriété est vérifiée pour tout  $u$  appartenant à un ensemble de commandes  $U$ . D'un point de vue mathématique, cette propriété est bien évidemment non-générique mais de nombreux systèmes

physiques non linéaires la vérifient. De même, l'observabilité est liée aux conditions initiales via la notion de distinguabilité.

Considérons le système non linéaire déterministe décrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.3)$$

où  $x \in \mathcal{R}^n$ ,  $u \in \mathcal{R}^m$  et  $y \in \mathcal{R}^p$  sont l'état, la commande et la sortie du système respectivement. L'observabilité du système (2.3) peut être démontrée au sens du rang ou via la notion de distinguabilité.

Au sens du rang, on dit que la paire  $(f, h)$  est observable si la différentielle de la sortie  $h$  avec les différentielles de ses dérivées de Lie successives dans la direction de  $f$  jusqu'à l'ordre  $n - 1$  sont indépendantes, c'est-à-dire si :

$$\text{rang}(\mathcal{O}) = \text{rang}(dh, dL_f h, \dots, dL_f^{n-1} h)^T = n \quad (2.4)$$

où  $L_f h$  est la dérivée de Lie de  $h$  dans la direction de  $f$  (c-à-d  $L_f h = \frac{\partial h}{\partial x_i}$  si  $f = \frac{\partial}{\partial x_i}$ ), et l'écriture  $dL_f^k h$  est donnée par le co-vecteur suivant :

$$dL_f^k h = \left( \frac{\partial L_f^k h}{\partial x_1}, \frac{\partial L_f^k h}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial L_f^k h}{\partial x_n} \right) \quad (2.5)$$

Via la notion de distinguabilité, le système est dit observable s'il n'existe pas de couple d'états initiaux distincts  $(x_0^1, x_0^2)$  non distinguables. Autrement dit, si les deux états initiaux  $(x_0^1, x_0^2)$  sont tel que  $x_0^1 \neq x_0^2$  sur l'intervalle de temps  $[t_0, t]$  alors, pour toute entrée  $u$ , leurs sorties respectives  $y^1$  et  $y^2$  sont aussi distinctes sur cet intervalle. Pour plus de détails sur les notions d'observabilité, nous pouvons se référer à [104].

### **2.3. Observateurs pour les systèmes linéaires**

Les observateurs pour les systèmes linéaires s'appliquent aux systèmes linéaires observables entièrement ou observables partiellement mais tous les pôles de la partie inobservable sont stables.

Considérons le système linéaire défini par le modèle dynamique suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Lw \\ y = Cx + v \end{cases} \quad (2.6)$$

où  $w \in \mathcal{R}^r$  et  $v \in \mathcal{R}^p$  sont deux bruits blancs gaussiens d'espérances nulles et de covariances  $\mathbb{Q}$  et  $\mathbb{R}$  respectivement. Ces bruits sont supposés non corrélés. Les matrices  $A, B, C$  et  $L$  sont de dimensions appropriées.

Deux observateurs pour le système (2.6) viennent à l'esprit : l'observateur de *Luenberger* pour les systèmes déterministes stationnaires ( $A, B, C, L$  sont constants et  $w = v = 0$ ) et l'observateur de *Kalman* pour les systèmes stochastiques variants.

### **2.3.1. Observateur de Luenberger**

L'observateur de *Luenberger* est appliqué pour le système (2.6) supposé observable dans le cadre déterministe. Il est proposé comme suit [105] :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + \mathbb{K}(y - C\hat{x}) \quad (2.7)$$

avec  $\mathbb{K}$  le gain de l'observateur.

L'observateur de *Luenberger* permet d'assurer l'annulation asymptotique de l'erreur d'observation. Soit  $e = x - \hat{x}$  l'erreur entre l'état réel et l'état estimé, l'équation dynamique de cette erreur s'écrit comme suit :

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = (A - \mathbb{K}C)e \quad (2.8)$$

En utilisant une technique de placement des pôles, la stabilité de l'observateur est obtenue tel que la matrice  $(A - \mathbb{K}C)$  soit *Hurwitz*. Le choix du gain qui règle la dynamique de l'observateur par retour de sortie n'est pas unique. En pratique, le choix se fait en fonction de la vitesse de convergence désirée.

### **2.3.2. Observateur de Kalman**

L'observateur de *Kalman* est souvent utilisé dans le cadre stochastique. Il utilise donc les propriétés stochastiques des bruits  $w$  et  $v$ . La structure de l'observateur proposée est la suivante :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + \mathbb{K}(y - C\hat{x}) \quad (2.9)$$

La particularité de cet observateur est que le gain optimal  $\mathbb{K}$  qui minimise la covariance de l'erreur d'estimation  $\mathbb{P} = E[ee^T]$  est unique et est obtenu comme suit :

$$\mathbb{K} = \mathbb{P}C^T\mathbb{R}^{-1} \quad (2.10)$$

où  $\mathbb{P}$  est la solution de l'équation de Riccati suivante :

$$A\mathbb{P} + \mathbb{P}A^T - \mathbb{P}C^T R^{-1} C\mathbb{P} + LQL^T = 0 \quad (2.11)$$

Sous certaines conditions, on peut montrer que le filtre soit stable si la matrice  $\mathbb{P}$  tend vers une limite.

## **2.4. Observateurs pour les systèmes non linéaires**

La synthèse des observateurs non linéaires est généralement un problème difficile en raison du fait que la propriété d'observabilité des systèmes non linéaires est dépendante de l'entrée. Pour résoudre ce problème, différentes techniques ont été proposées. L'idée générale repose soit sur une linéarisation du système autour d'un point de fonctionnement soit par transformation du systèmes non linéaire observable en un système de forme plus simple pour pouvoir concevoir un observateur pour ce système. Pour cette dernière solution, un difféomorphisme a été proposé pour transformer un tel système en une forme canonique triangulaire bien observable.

Nombreux observateurs appliqués pour des systèmes non linéaires linéarisables ou des systèmes transformés par difféomorphisme existent dans la littérature tels que l'observateur de *Luenberger* étendu et le filtre de *Kalman* étendu EKF.

De plus, les techniques d'observation de systèmes non-linéaires nécessitent parfois des hypothèses sur la non-linéarité de type *Lipschitz*. Cela mène souvent à la synthèse d'observateurs à grand gain permettant de “ dominer ” les non-linéarités du système. Nous rappelons dans les lignes qui suivent quelques observateurs les plus récurrents.

### **2.4.1. Observateur de Luenberger étendu**

L'observateur de *Luenberger* étendu intervient au niveau des systèmes non linéaires linéarisables avec un gain constant calculé par placement des pôles. Ce type d'observateur ne peut être utilisé que lorsqu'on est sûr que l'état restera au voisinage de l'état d'équilibre pour ne pas avoir des instabilités.

L'observateur de *Luenberger* intervient aussi par le biais d'un changement de coordonnées avec un gain dépendant de l'état à estimer. Néanmoins, les

méthodes de changement de coordonnées ne concernent qu'une classe restreinte de systèmes non linéaires. En effet, beaucoup d'approches utilisant les changements de coordonnées nécessitent l'intégration d'un ensemble d'équations aux dérivées partielles non linéaires, ce qui est souvent très délicat à réaliser. De ce fait, l'utilisation de solutions approchées est envisageable.

### **2.4.2. Filtre de Kalman étendu**

Le filtre de *Kalman* étendu EKF est l'une des techniques largement utilisables dans le domaine d'estimation d'état des différents systèmes dynamiques non linéaires. Il possède en pratique de très bonnes propriétés locales qui le rendent robuste au bruit.

Le filtre EKF consiste à utiliser les équations du filtre de *Kalman* standard au modèle non linéaire linéarisable par la formule de *Taylor* au premier ordre. Toutefois, le fait que cette linéarisation est faite au voisinage de la trajectoire estimée, cela nous empêche de produire des résultats de convergence générale, en particulier quand l'erreur initiale entre l'état actuel et l'état estimé est élevée. Dans le cas de petite erreur initiale, le filtre EKF a prouvé d'être un observateur localement exponentiellement convergent dans un environnement déterministe ou à faible bruit. A l'heure actuelle, l'analyse de la convergence de cet observateur reste un problème ouvert.

### **2.4.3. Observateurs adaptatifs**

Les observateurs adaptatifs sont des algorithmes récursifs qui permettent d'estimer conjointement l'état d'un système dynamique et ses paramètres inconnus. La conception d'observateurs adaptatifs est étudiée depuis les années 70 pour les systèmes linéaires invariants dans le temps et l'observateur proposé intègre l'erreur de sortie avec adaptation des paramètres. Puis, des observateurs à convergence exponentielle basés sur la minimisation d'un critère spécifique ont été proposés. Pour les systèmes non linéaires, deux approches principales ont été distinguées : La première concerne des systèmes non linéaires linéarisables qui sont intrinsèquement associés à une forme canonique, éventuellement après une transformation de coordonnées non linéaire et une injection de sortie [106], la deuxième concerne des systèmes ayant une forme plus ou moins générale.

Récemment, des algorithmes ont été proposés pour estimer asymptotiquement l'état malgré les paramètres inconnus. Leur conception suppose l'existence d'une fonction de Lyapunov pour des systèmes non linéaires possédant une forme générale affine par rapport aux paramètres inconnus suivante [107] :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) + g(x, u)\theta \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.12)$$

où  $\theta$  est le vecteur de paramètres à estimer.  $f(x, u)$ ,  $g(x, u)$  et  $h(x)$  sont des fonctions non linéaires.

Cependant, une telle fonction de Lyapunov n'est pas facile à trouver en pratique, ce qui limite l'application de ces algorithmes.

#### **2.4.4. Observateurs à grand gain**

L'observateur à grand gain est une technique largement utilisable pour estimer des états non mesurés des systèmes non linéaires. Sa conception ne nécessite aucune transformation du système initiale, elle se fait directement à partir de la structure du système.

L'approche d'observateurs à grand gain utilise la théorie de stabilité de Lyapunov pour adapter les techniques développées dans le cas linéaire. Elle s'applique pour la classe des systèmes affines en l'état décrits par le modèle suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + \varphi(x, y, u) \\ y = Cx \end{cases} \quad (2.13)$$

sous l'hypothèse que le système est uniformément observable par rapport à  $u$  et  $y$ , c-à-d système observable pour toute entrée et que la fonction  $\varphi(x, y, u)$  est globalement *Lipschitz* par rapport à  $x$  :

$$\|\varphi(x_1) - \varphi(x_2)\| \leq k\|x_1 - x_2\| \quad (2.14)$$

avec  $k$  la constante de *Lipschitz*.

Alors l'observateur à grand gain possède la structure suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \varphi(\hat{x}, y, u) + \mathbb{K}(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = C\hat{x} \end{cases} \quad (2.15)$$

où  $\mathbb{K}$  est le gain choisi telle que la matrice  $(A - \mathbb{K}C)$  soit *Hurwitz*.

L'appellation *grand gain* provient de la structure de l'observateur : Lorsque la fonction non linéaire possède une grande constante de *Lipschitz*, la moindre erreur entre l'état réel et l'état estimé va se répercuter et croître. Par conséquent, le gain  $\mathbb{K}$  de l'observateur (2.15) doit être important pour compenser cette amplification de l'erreur.

La dynamique de l'erreur d'estimation  $e = x - \hat{x}$  se déduit des équations (2.13) et (2.15) comme suit :

$$\dot{e} = (A - \mathbb{K}C)e + \varphi(x, y, u) - \varphi(\hat{x}, y, u) \quad (2.16)$$

Dans [108], l'auteur a donné des conditions suffisantes de convergence de l'état estimé vers l'état réel du système. Dans [109], les auteurs ont démontré que si le gain  $\mathbb{K}$  est choisi en vérifiant la condition :

$$k < \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)} \quad (2.17)$$

où  $\lambda_{\min}$  et  $\lambda_{\max}$  sont les valeurs propres minimales et maximales,  $Q$  est une matrice symétrique définie positive et  $P$  est une matrice définie positive solution de l'équation de Lyapunov :

$$(A - \mathbb{K}C)^T P + (A - \mathbb{K}C) = -Q \quad (2.18)$$

alors le système (2.15) est un observateur asymptotique du système (2.13).

La synthèse de l'observateur consiste à ajuster les matrices  $P$ ,  $Q$  et  $\mathbb{K}$  de façon à garantir l'égalité (2.18) puis on vérifie si la condition (2.17) est satisfaite. Ainsi, cette méthode n'est pas constructive, elle ne donne aucune indication sur le choix d'un gain satisfaisant la condition (2.17). Pour simplifier le problème, la matrice  $Q$  peut être remplacé par une matrice identité. Cela revient à choisir un gain qui satisfait :

$$k < \frac{1}{\lambda_{\max}(P)} \quad (2.19)$$

### **2.4.5. Observateurs mode glissant**

L'observateur mode glissant est un des observateurs les plus robustes vis-à-vis d'incertitudes paramétriques. Son principe consiste à contraindre, à l'aide des fonctions discontinues, les dynamiques d'un système d'ordre  $n$  à converger vers une variété  $S$  de dimension  $(n - p)$  dite surface de glissement ( $p$  étant la

dimension du vecteur de mesure). L'attractivité de la surface de glissement est assurée par des conditions dites de glissement. Les dynamiques concernées sont celles des erreurs d'observation  $e = x - \hat{x}$ .

Considérons un système d'état non linéaire d'ordre  $n$  :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.20)$$

L'observateur mode glissant est défini par la structure suivante [101] :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) + \mathbb{K}\Gamma_s \\ \hat{y} = h(\hat{x}) \end{cases} \quad (2.21)$$

où  $\mathbb{K}$  est la matrice de gains de dimension  $(n - p)$  et  $\Gamma_s$  est un vecteur de dimension  $p \times 1$ .

On remarque que l'observateur (2.21) est une copie du modèle (2.20) plus un terme correcteur qui établit la convergence de l'état estimé  $\hat{x}$  vers l'état réel  $x$ . La surface de glissement dans ce cas est donnée par  $S = y - \hat{y}$ . Le terme de correction utilisé est proportionnel à la fonction discontinue *sign* appliquée à l'erreur de sortie :

$$\Gamma_s = [\text{sign}(y_1 - \hat{y}_1), \dots, \text{sign}(y_p - \hat{y}_p)]^T$$

où la fonction *sign*( $x$ ) est définie par :

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

Pour que l'état estimé converge vers l'état réel, l'observateur mode glissant doit respecter deux conditions. La première condition correspond au mode d'atteinte et la deuxième condition correspond au mode de glissement.

Dans le mode d'atteinte, la trajectoire des erreurs d'observation évolue vers la surface de glissement sur laquelle les erreurs entre la sortie de l'observateur et la sortie du système réel,  $e_y = y - \hat{y}$ , sont nulles. Autrement dit, ce mode garantit l'attractivité de la surface de glissement  $S = 0$  laquelle est attractive si la fonction de Lyapunov  $V(x) = S^T S$  vérifie la condition :  $\dot{V}(x) < 0$  si  $S \neq 0$ .

Dans le mode de glissement, la trajectoire des erreurs d'observation glisse sur la surface de glissement avec des dynamiques imposées de manière à annuler

toutes les erreurs d'observation. Durant cette phase, la matrice des gains correctifs agit de manière à satisfaire la condition d'invariance :  $\dot{S} = 0$  et  $S = 0$ , les dynamiques du système sont réduites et le système d'ordre  $n$  devient un système équivalent d'ordre  $(n - p)$ .

## **2.5. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons rappelé quelques notions relatives à l'observabilité des systèmes dynamiques et aux observateurs des systèmes linéaires et non linéaires.

Nous avons clairement expliqué que l'observabilité peut être vérifiée en utilisant le critère de rang appliqué sur la matrice d'observabilité s'il s'agit des systèmes linéaires, tandis qu'elle est difficilement vérifiée s'il s'agit des systèmes non linéaires. Pour ce dernier cas, on se contente plus souvent de vérifier l'observabilité locale.

Nous avons, d'autre part, présenté quelques observateurs linéaires et non linéaires. Chacun de ces observateurs a ses particularités. Spécifiquement, les observateurs à grand gain sont raisonnablement applicables et leur convergence est théoriquement justifiée. Contrairement au filtre de *Kalman* qui propose un calcul bien défini du gain, le réglage du gain de tel observateur n'est pas trivial et nécessite beaucoup de précautions en termes de stabilité globale et convergence. Ces observateurs sont largement utilisés pour l'estimation de l'attitude des véhicules aériens. Le chapitre 3 sera consacré au développement des deux observateurs d'attitude non linéaires qui sont à base des observateurs à grand gain.

# CHAPITRE 3

## ESTIMATEURS D'ATTITUDE

---

### Sommaire

---

|             |   |           |
|-------------|---|-----------|
| <b>3.1.</b> | <b>Introduction</b>   | <b>61</b> |
| <b>3.2.</b> | <b>Capteurs utilisés pour la détermination de l'attitude</b>                    | <b>61</b> |
| <b>3.3.</b> | <b>Aperçu sur les approches d'estimation de l'attitude</b>                      | <b>63</b> |
|             | 3.3.1. Estimation de l'attitude à base des capteurs inertiels                   | 63        |
|             | 3.3.2. Estimation de l'attitude à base de fusion IMU/GPS                        | 70        |
| <b>3.4.</b> | <b>Observateurs d'attitude pour des véhicules accélérés à base de l'IMU/GPS</b> | <b>71</b> |
|             | 3.4.1. Préliminaire   | 72        |
|             | 3.4.2. Observateur d'attitude avec estimation de l'accélération                 | 74        |
|             | 3.4.3. Observateur d'attitude avec estimation de l'erreur d'accélération        | 79        |
| <b>3.5.</b> | <b>Résultats de simulation</b>  | <b>82</b> |
| <b>3.6.</b> | <b>Conclusion</b>   | <b>87</b> |

---

## CHAPITRE 3

# ESTIMATEURS D'ATTITUDE

### **3.1. Introduction**

L'attitude d'un corps rigide représente l'orientation de ses axes principaux par rapport à un repère de référence. Les applications majeures ayant besoin d'une information permanente sur l'attitude sont variées et se diversifient de plus en plus de nos jours. Nous pouvons distinguer par exemple l'aérospatiale et la robotique mobile. Cependant, il n'y a pas de capteur physique fournissant directement l'attitude. Elle est généralement obtenue en utilisant des algorithmes d'estimation via une fusion de données de plusieurs capteurs. Pour ces derniers, il existe de nombreuses technologies destinées à fournir des mesures pour la détermination de l'attitude.

Ce chapitre est consacré au développement des nouveaux estimateurs de l'attitude d'un corps rigide se déplaçant dans l'espace 3D avec un mouvement accéléré. Dans un premier temps, nous allons parler des principaux capteurs utilisés et des différentes approches développées dans la littérature pour l'estimation de l'attitude. Nous spécifions dans cette étude les observateurs d'attitude basés sur la fusion IMU/GPS à base desquels nous développons deux autres observateurs d'attitude qui sont détaillés par la suite. Ces observateurs ont pour but non seulement d'estimer l'attitude mais sont destinés aussi à estimer l'accélération linéaire inconnue dans le repère inertiel et qui est nécessaire dans la plupart des algorithmes d'estimation de l'attitude connus. À la fin, une simulation est faite afin d'illustrer les diverses performances des nouveaux observateurs proposés.

### **3.2. Capteurs utilisés pour la détermination de l'attitude**

Les moyens utilisés pour obtenir la direction d'un corps rigide ont été conçus depuis longtemps. Le compas magnétique est connu comme étant le premier instrument de mesure de l'orientation. Il a été probablement le premier à être

fabriqué en Chine, et *Zheng He* (1371-1435) a été la première personne à avoir utilisé la boussole comme aide à la navigation pendant ses sept voyages océaniques entre 1405 et 1433 [110]. D'autres dispositifs ont été utilisés tels que les inclinomètres, souvent utilisés en robotique et en navigation maritime, qui servent à mesurer les angles d'élévation ou d'inclinaison d'un objet par rapport au vecteur de gravité terrestre.

Depuis les dernières décennies, un nombre considérable d'instruments de mesure de direction ont été inventés en raison des exigences élevées en matière d'aérospatiale, de contrôle et de navigation et d'un développement technologique rapide. Nous pouvons citer les accéléromètres, les magnétomètres, les gyroscopes et d'autres sources complémentaires associées aux capteurs tels que les caméras, les capteurs du soleil, les suiveurs d'étoiles, ...etc. Chaque système possède ses spécificités d'application ainsi que des limitations d'utilisation. Pour des applications de navigation, la centrale inertielle IMU, regroupant les trois capteurs inertiels (accéléromètre, gyroscope, magnétomètre), est le système de mesure le plus utilisé pour l'estimation de l'attitude. L'IMU a été bien miniaturisé ces dernières années, avec l'apparition de la technologie MEMS, pour pouvoir être intégré dans des drones miniatures.

Le système GPS, bien qu'il est connu en tant que dispositif de positionnement fournissant la position et la vitesse linéaire d'un mobile [22][111], est également l'un des systèmes les plus utilisés pour l'estimation de l'attitude. Le problème de l'estimation de l'attitude à partir des mesures GPS a été abordé dans plusieurs études [112, 113, 114] qui s'appuient sur l'utilisation d'un système GPS multi-antennes. Une fois les mesures vectorielles (observations) sont fournies par mesure différentielle de phase, des nombreuses méthodes (citées dans la section 3.3) peuvent être appliquées pour estimer l'attitude. Néanmoins, la précision de l'attitude dépend des mesures GPS qui sont affectées par plusieurs sources d'erreurs (bruit de mesure, biais d'horloges satellite et récepteur, multi-trajets, erreurs atmosphériques, ...etc.), et elle est aussi proportionnelle à la distance entre les antennes. Tant que cette distance est grande, tant que la précision est meilleure. Par conséquent, un système GPS multi-antennes est un bon choix uniquement pour des grands véhicules évoluant dans des endroits dégagés

comme les avions et les navires. Pour des drones miniatures, la combinaison de magnétomètres et inclinomètres est probablement préférable.

Les approches d'estimation de l'attitude proposées dans cette thèse sont élaborées sur la base de la fusion des deux systèmes IMU et GPS à antenne unique. La vitesse linéaire fournie par GPS est utilisée pour compenser l'accélération linéaire inconnue du véhicule, dans le cas de mouvement accéléré, pour ne pas affecter la qualité d'estimation de l'attitude.

### **3.3. Aperçu sur les approches d'estimation de l'attitude**

Logiquement, l'attitude peut être directement déduite par simple intégration de l'équation dynamique du quaternion  $Q$ , ou de la matrice de rotation  $R$ , suivante [2]:

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q^T \\ \eta I_{3 \times 3} + S(q) \end{bmatrix} \omega, \quad \dot{R} = RS(\omega), \quad (3.1)$$

avec  $\omega$  le vecteur vitesses angulaires fournies par un gyroscope. Mais cela n'est pas vraiment fiable dans les applications à long terme à cause de dérives gyroscopiques et de bruits de mesure. Alors comme nous l'avons mentionné précédemment, l'attitude peut être reconstruite à l'aide des algorithmes d'estimation fusionnant des mesures issues de plusieurs capteurs.

Plusieurs solutions au problème d'estimation de l'attitude ont été développées dans la littérature. Selon le nombre de capteurs utilisés, on distingue les deux catégories principales d'approches : des approches utilisant des mesures (observations) issues des capteurs inertiels (accéléromètres, magnétomètres, gyroscopes) et des approches utilisant une source complémentaire de mesure comme GPS en plus des mesures de capteurs inertiels.

#### **3.3.1. Estimation de l'attitude à base des capteurs inertiels**

Pour cette classe d'estimateurs, nous distinguons :

- les approches statiques, ou algébriques, incluant l'algorithme des *TRIAD* et les algorithmes des moindres carrés;
- les approches dynamiques incluant les filtrages de *Kalman* et les observateurs non linéaires.

### **3.3.1.1. Les estimateurs statiques**

Les méthodes statiques sont basées sur l'utilisation d'au moins deux paires de vecteurs unitaires mesurés dans deux repères différents. La solution la plus ancienne est l'algorithme des *TRIAD* proposé par *Black* en 1964 [115, 116, 117]. L'algorithme construit directement la matrice de rotation  $R$  à partir des informations de deux vecteurs unitaires non-colinéaires mesurés à la fois dans le repère mobile ( $b$ ) et dans le repère inertiel ( $i$ ).

Soient deux vecteurs unitaires non-colinéaires  $b_1$  et  $b_2$  mesurés dans le repère ( $b$ ) et leurs correspondants  $r_1$  et  $r_2$  mesurés dans le repère ( $i$ ) tel que :  $r_1 = Rb_1$  et  $r_2 = Rb_2$ . L'algorithme des *TRIAD* fournit la matrice de rotation  $R$  comme suit :

$$R = [v_1, v_2, v_3][u_1, u_2, u_3]^T, \quad (3.2)$$

avec les deux triades orthogonales :

$$v_1 = r_1, \quad v_2 = \frac{r_1 \times r_2}{|r_1 \times r_2|}, \quad v_3 = v_1 \times v_2.$$

$$u_1 = b_1, \quad u_2 = \frac{b_1 \times b_2}{|b_1 \times b_2|}, \quad u_3 = u_1 \times u_2.$$

Cet algorithme est très simple à implanter, mais il nécessite seulement deux vecteurs d'observations. Dans le cas où plus de deux vecteurs d'observation sont disponibles, cela peut conduire à une difficulté de traiter l'information. Le problème réside dans le fait qu'on ne peut pas savoir à priori quelle paire de vecteurs d'observation fournit la meilleure estimation de l'attitude à l'aide de *TRIAD*. Cet inconvénient est résolu par des algorithmes optimaux qui calculent la meilleure estimation de l'attitude basés sur une fonction coût pour laquelle toutes les observations sont prises en compte simultanément. Ces algorithmes cependant sont plus coûteux sur le plan informatique que l'algorithme des *TRIAD*.

Le premier problème d'estimation optimale de l'attitude a été formulé initialement par *Wahba* en 1965 [118]. Le problème de *Wahba*, appelé aussi problème des moindres carrés, visait à estimer l'attitude d'un satellite en déterminant la matrice optimale  $\hat{R} \in SO(3)$  qui minimise une fonction coût  $J(R)$  suivante à l'aide de  $p$  paires de vecteurs unitaires  $(r_i, b_i)$  :

$$J(R) \triangleq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{p \geq 2} a_i \|b_i - R^T r_i\|^2, \quad (3.3)$$

où  $\{b_i\}$  est l'ensemble des vecteurs unitaires exprimés dans le repère  $(b)$ ,  $\{r_i\}$  est l'ensemble des vecteurs unitaires correspondants dans le repère  $(i)$ ,  $p$  est le nombre total d'observations et  $a_i$  est un ensemble de poids positifs. Il s'agit alors de ramener l'ensemble  $\{b_i\}$  dans l'ensemble  $\{r_i\}$  de façon à ce qu'ils coïncident le «mieux possible».

La fonction coût  $J(R)$  définie par l'équation (3.3) peut être réécrite comme suit :

$$\begin{aligned} J(R) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{p \geq 2} a_i \mathbf{tr}(b_i - R^T r_i)(b_i - R^T r_i)^T \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{p \geq 2} a_i (|b_i|^2 + |r_i|^2) - \frac{1}{2} \mathbf{tr}(R^T M^T), \end{aligned} \quad (3.4)$$

avec

$$M \triangleq \sum_{i=1}^{p \geq 2} a_i b_i r_i^T. \quad (3.5)$$

De l'équation (3.4), il est clair que  $J(R)$  est minimisée lorsque  $\mathbf{tr}(R^T M^T)$  est maximisée. Les premières solutions au problème de *Wahba* ont été proposées par *Farrell* en 1966 dans [119]. Mais ces solutions ne sont pas adaptées aux applications en temps réel à cause de coût de calcul élevé. Elles consistent en une décomposition polaire de la matrice  $M$  de l'équation (3.5). Des algorithmes ont été distingués pour ce but, nous citons par exemple les deux algorithmes *SVD* (Singular Value Decomposition) [120] et *FOAM* (Fast Optimal Attitude Matrix) [121].

L'algorithme *SVD* consiste à décomposer la matrice  $M$  en valeurs singulières comme suit [120] :

$$M = USV^T, \quad (3.6)$$

avec  $U$  et  $V$  des matrices orthogonales et  $S = \mathbf{diag}(s_1, s_2, s_3)$  la matrice diagonale des valeurs singulières. La matrice de rotation est ainsi donnée par :

$$R^T = ULV^T, \quad (3.7)$$

où  $L = \mathbf{diag}(1, 1, \det(U) \cdot \det(V))$

L'algorithme *FOAM* est une nouvelle version de la méthode *SVD* qui a été proposée dans [121] dont la matrice  $R$  est donnée par :

$$R^T = [(\kappa + \|M\|^2)M + \lambda \mathbf{adj}M^T - MM^T M] / \xi, \quad (3.8)$$

avec  $\mathbf{adj}$  la matrice adjointe,  $\|M\|^2 = s_1^2 + s_2^2 + s_3^2$ , et les coefficients  $\kappa$ ,  $\lambda$  et  $\xi$  sont des scalaires définis en fonction de  $s_1$ ,  $s_2$  et  $s_3$ . L'auteur dans [121] propose un calcul itératif des coefficients  $\kappa$ ,  $\lambda$  et  $\xi$ . Le coefficient  $\lambda$  peut être obtenu par résolution de l'équation suivante :

$$(\lambda^2 - \|M\|^2)^2 - 8\lambda \mathbf{det}(M) - 4\|\mathbf{adj}M\|^2 = 0 \quad (3.9)$$

et les coefficients  $\kappa$  et  $\xi$  peuvent être calculés à partir de  $\lambda$ . Comparer à l'algorithme *SVD*, l'algorithme *FOAM* a l'avantage que ses coefficients peuvent être calculés d'une façon itérative sans avoir besoin de définir  $s_1$ ,  $s_2$  et  $s_3$ . De même, l'algorithme *FOAM* est plus rapide en terme de temps de calcul.

D'autres solutions au problème de *Wahba* s'intéressent à l'estimation du quaternion optimal au lieu de déterminer directement la matrice de rotation. Une première solution en terme de quaternion unitaire, appelée *q-method*, est fournie par *Davenport* [122]. À partir de la relation liant la matrice de rotation  $R$  au quaternion  $Q$  suivante :

$$R(\eta, q) = I_{3 \times 3} + 2S(q)^2 + 2\eta S(q) \quad (3.10)$$

la fonction coût de (3.4) est transformée en une fonction quadratique en terme de quaternion :

$$J(Q) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{p \geq 2} a_i (|b_i|^2 + |r_i|^2) - Q^T K(M) Q, \quad (3.11)$$

avec  $K(\cdot) \in \mathcal{R}^{4 \times 4}$  la matrice symétrique de *Davenport* définie par :

$$K(M) = \begin{bmatrix} M + M^T - (\mathbf{tr}(M))I_{3 \times 3} & \sum_{i=1}^p a_i (b_i \times r_i) \\ (\sum_{i=1}^p a_i (b_i \times r_i))^T & \mathbf{tr}(M) \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Et donc minimiser la fonction  $J(Q)$  est équivalent à maximiser le terme  $Q^T K(M) Q$ . Le quaternion optimal correspondant à la matrice de rotation optimale  $\hat{R}$  est le

vecteur propre normalisé associé à la plus grande valeur propre de  $K(M)$ . Cette valeur propre maximale est obtenue par résolution analytique de l'égalité :

$$\mathbf{det}(K(M) - \lambda I_{4 \times 4}) = 0. \quad (3.13)$$

Néanmoins, la *q-method* reste complexe et conduit à des temps de calcul importants puisque le principe est de trouver les valeurs propres et les vecteurs propres de la matrice  $K(M)$ . Cela a conduit au développement de nouvelles solutions alternatives qui sont l'algorithme *QUEST* (QUaternion ESTimator) [117] et l'algorithme *ESOQ* (ESTimator of Optimal Quaternion) avec ses deux versions *ESOQ-1* et *ESOQ-2* [123].

L'algorithme *QUEST* utilise la méthode itérative de *Newton-Raphson* pour résoudre l'équation (3.13) à partir d'une valeur initiale  $\lambda_0 = 1$  puis approximer la valeur propre à la première itération. Il évite alors le calcul de toutes les valeurs propres de  $K(M)$ . Théoriquement, il est moins robuste que la *q-method* mais il reste populaire pour calculer le quaternion optimal grâce à sa rapidité [123] et assure une bonne précision si les variations des bruits de mesure ne sont pas importantes.

D'autres versions de l'algorithme *QUEST* ont été proposés comme le *REQUEST* (REcursive *QUEST*) et le *QUEST* étendu (Extended *QUEST*) détaillés dans [124].

### **3.3.1.2. Les estimateurs dynamiques**

Pour les techniques statiques présentées ci-dessus, l'attitude est calculée indépendamment de la dynamique de rotation du système. Seules les observations du vecteur d'accélération et du vecteur champ magnétique ont été pris comme vecteurs de mesures. Toutefois, la mesure du magnétomètre est entachée d'erreur dans le cas de distorsion magnétique. De même, l'accéléromètre fournit le vecteur de gravité lors de phases statiques ou quasi-statiques de mouvement du véhicule, tandis que lors de mouvement accéléré il fournit l'accélération apparente qu'on ne peut pas le distinguer du vecteur de gravité. Pour améliorer la qualité d'estimation de l'attitude, plusieurs travaux de recherche ont été basés sur l'ajout des mesures gyroscopiques à travers l'équation de rotation (3.1). Ces mesures permettent de renseigner sur la dynamique du véhicule et corriger les informations éventuellement erronées provenant principalement de l'accéléromètre. Telles approches, appelées

«*approches dynamiques*», contiennent les filtres de *Kalman* et ses variantes et les observateurs non linéaires (dans le cadre déterministe).

Les travaux basés sur la théorie de *Kalman* pour l'estimation de l'attitude proposés dans la littérature sont nombreux. Ils utilisent les représentations usuelles de l'attitude telles que les angles d'*Euler* [125], les quaternions [126, 127] et les matrices de rotation [128]. Ces méthodes, ainsi nommées «*méthodes de filtrage d'attitude basées sur des modèles*», combinent les mesures accélérométriques et magnétiques avec le modèle cinématique de rotation et les mesures gyroscopiques. Les méthodes statiques telles que le *TRIAD*, *QUEST*, *SVD*, *FOAM*, *ESQ*, ...etc., peuvent encore être utilisées comme préprocesseur si le filtrage se fait après avoir déterminé algébriquement l'attitude par ces méthodes à partir des mesures brutes, ou comme post-processeur si le filtrage des mesures brutes se fait avant de déterminer algébriquement l'attitude à partir des mesures filtrées. Les méthodes de filtrage utilisées comprennent le filtre de *Kalman* [126, 129] et le filtre de *Kalman* étendu [23] ainsi que ses variantes MEKF [130] et AEKF [131], le filtre complémentaire non linéaire [127, 132, 133, 134, 135, 136], le filtre de *Kalman* pour un système linéaire variant dans le temps LTV [137] et le filtre complémentaire linéaire [138]. Des méthodologies plus simples, plus rapides et, probablement, plus précises ont été proposées dans [15, 23, 139, 140, 141, 142, 143, 144]. Dans [142] et [143], l'auteur a proposé un estimateur récursif en temps discret qui est le filtre *Kalman-QUEST*. Ce filtre calcule l'attitude par l'utilisation de l'algorithme *QUEST* et met à jour la matrice *M* comme suit :

$$M(t_k) = \mu \Phi_{3 \times 3}(t_k, t_{k-1}) M(t_{k-1}) + \sum_{i=1}^{p_k} a_i b_i r_i^T$$

où  $\Phi_{3 \times 3}(t_k, t_{k-1}) M(t_{k-1})$  est la matrice de transition de la matrice transposée de *R*,  $\mu$  est un facteur et  $p_k$  est le nombre d'observations au temps  $t_k$ .

Un autre algorithme alternatif au filtre *QUEST* est l'estimateur récursif de quaternion filtre-*REQUEST* développé dans [139] qui met à jour la matrice de *Davenport* *K* comme suit :

$$K(t_k) = \mu \Phi_{4 \times 4}(t_k, t_{k-1}) M(t_{k-1}) + \sum_{i=1}^{p_k} a_i K_i$$

où  $\Phi_{4 \times 4}(t_k, t_{k-1})M(t_{k-1})$  est la matrice de transition du quaternion et  $K_i$  est la matrice de *Davenport* pour l'observation  $i$ .

Une autre solution intéressante est le filtre complémentaire explicite non linéaire proposé dans [126, 135, 136]. L'approche est essentiellement inspirée de l'observateur de *Luenberger* [105] dans le sens que l'équation de l'attitude (3.1) contient deux parties : une partie principale de la dynamique réelle de l'attitude et une partie d'innovation permettant la correction de l'attitude estimée. Sous l'hypothèse que les mesures gyroscopiques ne sont pas affectées par des biais, l'observateur est donné par l'équation suivante :

$$\dot{\hat{R}} = \hat{R}S\left(\omega + \sum_{i=1}^p k_i b_i \times \hat{R}^T r_i\right), \quad (3.14)$$

avec  $k_i$  des constantes positives.

Cependant, les dérives gyroscopiques ne peuvent pas être négligées dans le temps. Cela conduit à une approche complémentaire dans laquelle les gyroscopes sont utilisés pour filtrer les mesures d'observation et ces dernières sont à leur tour utilisées pour estimer les dérives gyroscopiques. En faisant l'hypothèse que la dérive gyroscopique, notée  $b$ , est constante et que  $\omega_m = \omega + b$ , avec  $\omega_m$  les mesures gyroscopiques, la version complète du filtre complémentaire explicite est proposée dans [135] comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{R}} = \hat{R}S(\omega_m - \hat{b} + \sigma) \\ \dot{\hat{b}} = -k_b \sigma \\ \sigma = \sum_{i=1}^p k_i b_i \times \hat{R}^T r_i \end{cases} \quad (3.15)$$

avec  $k_b$  et  $k_i$  des constantes positives.

Les auteurs ont prouvé qu'avec au moins deux vecteurs d'observation non-colinéaires, l'attitude estimée converge exponentiellement vers la valeur réelle pour presque toutes les conditions initiales. Une méthode d'estimation rapide peut être employée pour une bonne estimation de l'attitude initiale à l'aide des estimateurs statiques comme le *TRIAD* ou le *QUEST*. Notons également que dans le cas d'une observation unique, les solutions à ce filtre sont encore bien posées

alors que la reconstitution analytique de l'attitude à partir d'une seule observation n'est pas possible.

D'autre classe d'estimateurs de l'attitude concerne les observateurs d'attitude non linéaires. Ces observateurs, ayant une théorie proche des filtres complémentaires, ont été récemment introduits comme solution alternative au filtre de *Kalman* qui exige trop de calculs. Typiquement, l'observateur est construit à partir de l'équation de rotation du corps rigide donnée par l'équation (3.1) dont les mesures gyroscopiques sont nécessaires. Une analyse de la stabilité globale asymptotique de l'observateur est souvent établie à l'aide de la théorie de Lyapunov. Un cas particulier d'observateur d'attitude est celui proposé dans [135, 145] en fusionnant les mesures de deux directions non-colinéaires  $\vec{\alpha}$  et  $\vec{\beta}$  avec les mesures de vitesses angulaires. L'observateur a la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{R}} = \hat{R}S(\omega + \sigma) \\ \sigma = k_\alpha \alpha_b \times \hat{R}^T \alpha_i + k_\beta \beta_b \times \hat{R}^T \beta_i \end{cases} \quad (3.16)$$

avec  $k_\alpha$  et  $k_\beta$  des gains positifs.  $\alpha_b$ ,  $\alpha_i$ ,  $\beta_b$  et  $\beta_i$  sont les coordonnées de  $\vec{\alpha}$  et de  $\vec{\beta}$  exprimées dans le repère ( $b$ ) et le repère ( $i$ ) respectivement. Il est montré que si les mesures sont parfaites,  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  sont constants et  $|\alpha_i \times \beta_i| \neq 0$ , alors l'attitude estimée converge exponentiellement vers l'attitude réelle pour presque toutes les conditions initiales. Il est à noter aussi que cet observateur fournit la propriété de stabilité exponentielle quand  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  sont variables mais bornés.

### **3.3.2. Estimation de l'attitude à base de fusion IMU/GPS**

Les approches développées dans [135, 141, 145] et d'autres sont en fait des approches approximatives. Les mesures de l'accéléromètre sont approximées par la mesure de gravité dans le cas où l'accélération du véhicule est faible devant la gravité. Des meilleurs résultats expérimentaux ont été fournis par ces méthodes pour des opérations à l'intérieur pour certains prototypes. Néanmoins, lorsqu'il s'agit d'un véhicule soumis à des accélérations importantes, la qualité de l'attitude estimée par ces méthodes est loin d'être satisfaisante.

Pour faire face à de fortes accélérations, une mesure complémentaire de vitesse GPS du véhicule peut être utilisée pour en déduire l'accélération linéaire qui est inconnue et non négligeable lors des mouvements accélérés. La fusion

IMU/GPS a été largement traitée en robotique aérienne. Exemples d'observateurs d'attitude basés sur la fusion IMU/GPS, nous citons les travaux [1, 2, 3, 24, 136, 144, 146]. Les observateurs développés dans [1, 24] sont synthétisés sur la base de la matrice de rotation alors que ceux développés dans [2, 3, 146] sont synthétisés à base du quaternion. Dans [24], un observateur invariant pour le système de référence d'attitude et de cap AHRS (Attitude and Heading Reference System) a été proposé. Ce système a fourni des bons résultats de simulation et expérimentaux. En revanche, le système est basé sur un système d'erreur linéarisé et donc que la stabilité locale qui a été garantie. Dans [1], deux observateurs ont été étudiés. Le premier observateur est l'observateur d'attitude invariant qui a assuré une convergence et une stabilité exponentielle semi-globale, tandis que le deuxième observateur est l'observateur d'attitude en cascade qui a assuré une convergence presque globale si l'accélération est considérée constante. Deux autres observateurs similaires aux observateurs développés dans [1] ont été traités dans [2] avec une analyse de stabilité considérablement simplifiée. Ils ont garantis une stabilité presque globale. Le premier observateur proposé dans [2] ainsi que l'observateur étudié dans [3] sont rappelés dans le paragraphe 3.4.1.

### **3.4. Observateurs d'attitude pour des véhicules accélérés à base de l'IMU/GPS**

Bien que de nombreuses techniques d'estimation ont été proposées pour la détermination de l'attitude d'un corps rigide, le problème lié à l'estimation de l'attitude pendant les phases dynamiques où l'accélération linéaire n'est plus négligeable a été peu abordé.

Comme nous l'avons mentionné précédemment, la mesure d'un accéléromètre représente l'accélération apparente qui est la différence entre le vecteur de gravité et l'accélération linéaire (terme inconnu souvent négligeable). Afin d'éviter toute erreur d'estimation de l'attitude due à ce terme, son effet doit être compensé au cours du processus d'estimation. L'idée consiste à intégrer les mesures de vitesses GPS dans le but d'avoir l'accélération linéaire dans le repère inertiel ( $i$ ) pour pouvoir estimer l'attitude. Des observateurs non linéaires basés sur la vitesse GPS ont été récemment développés dans ce cadre. Dans cette partie, nous

proposons deux nouveaux observateurs dont le quaternion sera considéré comme la représentation mathématique de l'attitude.

### **3.4.1. Préliminaire**

Un corps rigide en mouvement de translation et de rotation accéléré satisfait les équations suivantes [2, 3] :

$$\dot{v} = Ra_b + ge_3, \quad (3.17)$$

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q^T \\ \eta I_{3 \times 3} + S(q) \end{bmatrix} \omega, \quad \dot{R} = RS(\omega), \quad (3.18)$$

où  $v \in \mathcal{R}^3$  est la vitesse linéaire exprimée dans le repère  $(i)$ ,  $a_b \in \mathcal{R}^3$  est l'accélération apparente exprimée dans le repère  $(b)$ ,  $ge_3$  est l'accélération de la gravité exprimée dans le repère  $(i)$ , et  $\omega \in \mathcal{R}^3$  est la vitesse angulaire du repère  $(b)$  par rapport au repère  $(i)$  exprimée dans le repère  $(b)$ .

L'estimation de l'attitude nécessite les mesures des systèmes IMU et GPS (supposés calibrés) suivantes :

- La vitesse linéaire  $v$  délivrée par GPS
- L'accélération apparente  $a_b$  délivrée par l'accéléromètre
- La vitesse angulaire  $\omega$  délivrée par le gyroscope
- Le vecteur champ magnétique normalisé  $m_b$ , exprimé dans le repère  $(b)$ , délivré par le magnétomètre

Notons que l'accélération apparente  $a = Ra_b$ , exprimée dans le repère  $(i)$ , est inconnue. Elle peut être déduite de l'équation (3.17) comme suit :

$$a = \dot{v} - ge_3. \quad (3.19)$$

De même, le champ magnétique exprimé dans le repère  $(i)$  est :  $m_i = Rm_b$ .

Soient  $\hat{v}$  et  $\hat{Q}$  qui désignent les estimés de  $v$  et  $Q$ , et  $\tilde{v}$  et  $\tilde{Q} = (\tilde{\eta}, \tilde{q})$  leurs vecteurs d'erreur tels que :

$$\tilde{v} = v - \hat{v}, \quad (3.20)$$

$$\tilde{Q} = Q\hat{Q}^{-1}, \quad \tilde{R} = R\hat{R}^T. \quad (3.21)$$

$\hat{R}$  et  $\tilde{R}$  sont respectivement la matrice estimée et la matrice d'erreur de  $R$ .

Le principal objectif des observateurs d'attitude est d'assurer la convergence de  $\hat{Q} \rightarrow Q$  correspondant à  $\tilde{Q} \rightarrow (\pm 1, 0_{3 \times 1})$ . Pour atteindre ce but, nous assumons que les hypothèses ci-dessous à propos de l'accélération  $a$  doivent être satisfaites.

**Hypothèse 3.1** *Il existe deux constantes positives  $c_1$  et  $c_2$  tels que  $\forall t \in \mathcal{R}_+$*

$$\|a\| \leq c_1, \|\dot{a}\| \leq c_2.$$

**Hypothèse 3.2** *Si le champ magnétique  $m_i$  et l'accélération  $a$  sont non-colinéaires, c-à-d il existe une constante  $c_{nc} > 0$  tel que*

$$\left\| m_i(t) \times \frac{a(t)}{|a(t)|} \right\| \geq c_{nc}, \quad (3.22)$$

alors pour deux constantes  $\gamma_1$  and  $\gamma_2$ , il existe une constante positive  $c_w < \lambda_{\min}(W)$ , où  $\lambda_{\min}$  est la valeur propre minimale d'une matrice définie positive  $W$  donnée par :

$$W = -\gamma_1 S(m_i)^2 - \gamma_2 S(a)^2. \quad (3.23)$$

L'hypothèse 3.1 indique que l'accélération apparente et sa première dérivée sont bornées. L'hypothèse 3.2 garantit l'observabilité du système.

Parmi les observateurs à base du quaternion, nous rappelons le premier observateur proposé dans [2] et l'observateur proposé dans [3]. L'observateur traité dans [2] a la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{Q}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\hat{q}^T \\ \hat{\eta} I_{3 \times 3} + S(\hat{q}) \end{bmatrix} (\omega + \sigma) \\ \sigma = -\gamma_1 S(\hat{R} r_1) b_1 - \gamma_2 k_1 S(\hat{R} \tilde{v}) b_2 \\ \dot{\hat{v}} = k_1 \tilde{v} + g e_3 + \hat{R}^T b_2 + \frac{1}{k_1} \hat{R}^T S(\sigma) b_2 \end{cases} \quad (3.24)$$

où  $b_1, r_1$  sont les vecteurs sorties du magnétomètre exprimés dans le repère  $(b)$  et le repère  $(i)$  respectivement et  $b_2$  est la sortie de l'accéléromètre exprimée dans le repère  $(b)$ .  $k_1, \gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont des gains positifs. Sous les hypothèses 3.1 et 3.2 et supposant que les mesures inertielles ne sont pas affectées par des biais, il est montré qu'une stabilité exponentielle a été garantie pour toutes les conditions initiales  $\tilde{\eta}(t_0) \neq 0$  (voir la preuve dans [2]). L'observateur développé dans [3] est un observateur mode glissant défini comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{v}} = K_1(v - \hat{v}) + g e_3 + \hat{a}_i \\ \dot{\hat{a}}_i = K_2(v - \hat{v}) + K_3 \text{sign}(v - \hat{v}) \end{cases} \quad (3.25)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{Q}} = \frac{1}{2} \hat{Q} \odot \bar{\beta} \\ \beta = \omega - \sigma \\ \sigma = \gamma_1 S(\hat{m}_b) m_b + \gamma_2 S(\hat{R}^T \hat{a}_i) a_b \end{cases} \quad (3.26)$$

avec  $\hat{a}_i$  l'estimé de l'accélération apparente exprimée dans le repère  $(i)$  et  $K_1, K_2, K_3 \in \mathcal{R}^{3 \times 3}$  sont des constantes.  $sign(\cdot)$  est la fonction définie par l'équation (2.22). L'avantage de cet observateur est qu'il fournit aussi  $\hat{a}_i$  en plus de l'attitude. Les auteurs ont utilisé un compensateur PI dans l'estimation de la vitesse pour compenser l'effet de l'accélération linéaire. Une stabilité asymptotique a été démontrée par le principe de séparation. Nous proposons par la suite deux observateurs qui, à leur tour, estiment l'attitude et l'accélération apparente.

### **3.4.2. Observateur d'attitude avec estimation de l'accélération**

Dans cette partie, nous cherchons à obtenir l'estimé de l'attitude qui a besoin de l'estimé de l'accélération apparente. Notre but est de relier l'accélération apparente avec les erreurs de vitesse afin d'obtenir pleinement une variation d'accélération réelle.

L'observateur proposé est défini par les équations suivantes :

$$\dot{\hat{Q}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\hat{q}^T \\ \hat{\eta} I_{3 \times 3} + S(\hat{q}) \end{bmatrix} (\omega - \sigma), \quad \dot{\hat{R}} = \hat{R} S(\omega - \sigma), \quad (3.27)$$

$$\sigma = \gamma_1 S(\hat{m}_b) m_b + \gamma_2 S(\hat{R}^T \hat{a}) a_b, \quad (3.28)$$

$$\dot{\hat{v}} = k_1 \tilde{v} + \hat{a} + g e_3, \quad (3.29)$$

$$\dot{\hat{a}} = k_1 \hat{a} + k_2 \dot{\hat{v}} + k_3 \tilde{v}, \quad (3.30)$$

où  $k_1, k_2$  et  $k_3$  sont les constantes positives des gains,  $\sigma$  est le terme de correction dans la vitesse angulaire  $\omega$ ,  $\hat{m}_b = \hat{R}^T m_i$  est l'estimé de  $m_b$  et  $\hat{a}$  est l'estimé de  $a$ .

À partir des équations (3.18), (3.21) et (3.27), nous pouvons déduire les équations de l'erreur d'attitude suivantes :

$$\dot{\tilde{Q}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\tilde{q}^T \\ \tilde{\eta} I_{3 \times 3} + S(\tilde{q}) \end{bmatrix} \tilde{\omega}, \quad \dot{\tilde{R}} = \tilde{R} S(\tilde{\omega}), \quad (3.31)$$

$$\tilde{\omega} = \hat{R} \sigma. \quad (3.32)$$

En utilisant les équations (3.17), (3.20) et (3.29), l'équation dynamique de l'erreur de vitesse est obtenue comme suit :

$$\dot{\tilde{v}} = -k_1 \tilde{v} + a - \hat{a}, \quad (3.33)$$

Et mettant

$$\tilde{a} = a - \hat{a}, \quad (3.34)$$

l'équation (3.33) devient :

$$\dot{\tilde{v}} = -k_1 \tilde{v} + \tilde{a}. \quad (3.35)$$

En substituant  $\dot{\tilde{v}}$  dans l'équation (3.30), nous obtenons :

$$\dot{\hat{a}} = k_1 \hat{a} + k_2 \tilde{a} + (k_3 - k_1 k_2) \tilde{v}. \quad (3.36)$$

À partir des équations (3.34) et (3.36), nous déduisons la dérivée de  $\tilde{a}$  comme suit

$$\dot{\tilde{a}} = -(k_2 - k_1) \tilde{a} - (k_3 - k_1 k_2) \tilde{v} - k_1 a + \dot{a}. \quad (3.37)$$

La substitution des équations (3.34) et  $x_b = R^T x$  dans l'équation (3.28) donne :

$$\sigma = \gamma_1 S(\hat{R}^T m_i) R^T m_i + \gamma_2 S(\hat{R}^T (a - \tilde{a})) R^T a. \quad (3.38)$$

En appliquant les propriétés de la matrice antisymétrique (voir équations 1.7 du paragraphe 1.6.2.2) et substituant l'équation (3.21) dans l'équation (3.38), on obtient :

$$\sigma = \gamma_1 \hat{R}^T S(m_i) \tilde{R}^T m_i + \gamma_2 \hat{R}^T S(a) \tilde{R}^T a + \gamma_2 \hat{R}^T S(\tilde{R}^T a) \tilde{a}. \quad (3.39)$$

Définissons le vecteur d'erreur  $x = [\tilde{q}^T, \tilde{v}^T, \tilde{a}^T]^T$ . Notre objectif est que le vecteur  $x$  converge vers le point d'équilibre  $[0, 0, 0]^T$ . Pour cette fin, nous considérons le théorème ci-dessous.

**Théorème 3.1** *Considérons le système défini par (3.17)-(3.18) et l'observateur donné par (3.27)-(3.30). Supposons que les hypothèses 3.1 et 3.2 soient satisfaites. Alors pour toutes les conditions initiales  $\tilde{\eta}(t_0) \neq 0$ , il existe des constantes strictement positives  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$  tel que pour*

$$k_3 > \max \left\{ k_1 k_2 + 4k_1^2, k_1 k_2 \left( 1 + \frac{k_2}{3(k_2 - 3k_1 - \frac{1}{4}\varepsilon\gamma_2 c_1^2)} \right) \right\}, \quad (3.40)$$

où  $\varepsilon > 0$ , les signaux d'erreurs de l'observateur sont bornés et convergent exponentiellement vers le point d'équilibre  $[0, 0, 0]^T$ .

**Preuve.** Nous introduisons la fonction candidate de Lyapunov LCF (Lyapunov Candidate Function) comme suit :

$$V = \frac{1}{2} \tilde{q}^T \tilde{q} + \frac{1}{2} (k_3 - k_1 k_2) \tilde{v}^T \tilde{v} + \frac{1}{2} \tilde{a}^T \tilde{a} + 2k_1 \tilde{v}^T \tilde{a}. \quad (3.41)$$

Par conséquent, la fonction  $V$  peut être écrite sous la forme :  $V = \frac{1}{2} x^T P x$ , où

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & (k_3 - k_1 k_2) & 2k_1 \\ 0 & 2k_1 & 1 \end{bmatrix} \text{ est une matrice définie positive pour :}$$

$$k_3 > k_1 k_2 + 4k_1^2. \quad (3.42)$$

Comme nous le démontrerons ci-dessous, la positive définie de la matrice  $P$  et de la matrice  $Q$  définie ci-après est assurée par la condition (3.40).

Si  $\lambda_{\max}(P)$  désigne la valeur propre maximale de  $P$ , la fonction  $V$  vérifie l'inégalité :  $V \leq \frac{1}{2} \lambda_{\max}(P) x^T x$ .

En utilisant les équations (3.31), (3.32), (3.35), (3.37) et (3.39), la dérivée totale de  $V$  est obtenue comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\tilde{\eta}^2 \tilde{q}^T W \tilde{q} + \frac{1}{2} \gamma_2 \tilde{\eta} \tilde{q}^T S(\tilde{R}^T a) \tilde{a} - 3k_1 (k_3 - k_1 k_2) \tilde{v}^T \tilde{v} - (k_2 - 3k_1) \tilde{a}^T \tilde{a} \\ & - 2k_1 k_2 \tilde{v}^T \tilde{a} + (2k_1 \tilde{v}^T + \tilde{a}^T) (\dot{a} - k_1 a). \end{aligned} \quad (3.43)$$

Les deux premiers termes de  $\dot{V}$  sont déduits de la dérivée  $\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} \tilde{q}^T \tilde{q} \right) = \frac{1}{2} \tilde{\eta} \tilde{q}^T \tilde{\omega}$ , par utilisation des équations (3.23), (3.32), (3.39) et de la formule  $\tilde{q}^T S(x) \tilde{R}^T x = 2\tilde{\eta} \tilde{q}^T S(x)^2 \tilde{q}$  issue des équations (1.7) et (1.12) (voir paragraphe 1.6.2.2) pour n'importe quel vecteur  $x \in \mathcal{R}^3$ .

On peut appliquer l'inégalité de *Young* [147] au second terme de  $\dot{V}$  de l'équation (3.43) pour donner :

$$\frac{1}{2} \gamma_2 \tilde{\eta} \tilde{q}^T S(\tilde{R}^T a) \tilde{a} \leq \frac{1}{4\varepsilon} \gamma_2 \tilde{\eta}^2 \tilde{q}^T \tilde{q} + \frac{1}{4} \varepsilon \gamma_2 c_1^2 \tilde{a}^T \tilde{a}. \quad (3.44)$$

Et en tenant compte des hypothèses 3.1 et 3.2, l'équation (3.43) peut être donc écrite par l'inégalité suivante :

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\tilde{\eta}^2 \left( c_w - \frac{1}{4\varepsilon} \gamma_2 \right) \tilde{q}^T \tilde{q} - 3k_1 (k_3 - k_1 k_2) \tilde{v}^T \tilde{v} \\ & - \left( k_2 - 3k_1 - \frac{1}{4} \varepsilon \gamma_2 c_1^2 \right) \tilde{a}^T \tilde{a} - 2k_1 k_2 \tilde{v}^T \tilde{a} + (2k_1 \tilde{v}^T + \tilde{a}^T) \Delta \\ \leq & -x^T Q x + (2k_1 \tilde{v}^T + \tilde{a}^T) \Delta, \end{aligned} \quad (3.45)$$

où

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \tilde{\eta}^2 \left( c_w - \frac{1}{4\varepsilon} \gamma_2 \right) & 0 & 0 \\ 0 & 3k_1(k_3 - k_1k_2) & k_1k_2 \\ 0 & k_1k_2 & \left( k_2 - 3k_1 - \frac{1}{4} \varepsilon \gamma_2 c_1^2 \right) \end{bmatrix},$$

et

$$\Delta = c_2 + k_1 c_1.$$

La matrice  $\mathbf{Q}$  est définie positive si :

$$c_w > \frac{1}{4\varepsilon} \gamma_2 \quad (3.46)$$

$$k_3 > k_1 k_2 \left( 1 + \frac{k_2}{3 \left( k_2 - 3k_1 - \frac{1}{4} \varepsilon \gamma_2 c_1^2 \right)} \right) \quad (3.47)$$

L'inégalité (3.47) est valable pour :

$$k_2 > \frac{3}{4} \left( 3k_1 + \frac{1}{4} \varepsilon \gamma_2 c_1^2 \right) \quad (3.48)$$

Cependant pour  $k_3$  choisi suffisamment grand que ceux qui sont définis par les conditions (3.42) et (3.47), les deux matrices  $P$  et  $\mathbf{Q}$  ci-dessus sont définies positives. Ce choix justifie la condition (3.40).

En admettant que  $\lambda_{\min}(\mathbf{Q})$  est la valeur propre minimale de  $\mathbf{Q}$ , nous pouvons écrire :

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|x\|^2 + (2k_1 + 1) \|x\| \|\Delta\|, \quad (3.49)$$

et considérant une constante  $c$  tel que  $0 < c \leq \|x\|$ , équivalent à  $\|x\|/c \geq 1$ , l'inégalité (3.49) devient :

$$\dot{V} \leq - \left( \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - \frac{(2k_1+1)}{c} \|\Delta\| \right) \|x\|^2. \quad (3.50)$$

En choisissant les gains suffisamment importants pour que :

$$\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \geq \frac{(2k_1+1)}{c} \|\Delta\| \quad (3.51)$$

et nous pouvons faire :

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|x\|^2. \quad (3.52)$$

Nous concluons que  $V$  est positive et  $\dot{V}$  est négative, cela implique que  $V$  est uniformément bornée et alors tous les termes inclus dans  $x$  sont bornés et convergent exponentiellement vers zéro quand  $t \rightarrow \infty$ .

Nous montrons maintenant que  $\tilde{\eta}(t)$  n'est jamais égal à zéro, incluant  $\tilde{\eta}(t_0)$ . Pour cette fin, nous considérons la fonction LCF suivante :

$$l = \frac{1}{2}\gamma_q \tilde{q}^T \tilde{q} + \frac{1}{2}(1 - |\tilde{\eta}|)^2, \quad (3.53)$$

où  $\gamma_q > 0$ . En utilisant les équations (3.23), (3.31), (3.32) et (3.39), la dérivée totale de  $l$  est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{l} = & - \left( (\gamma_q - 1)\tilde{\eta}^2 + \text{sign}(\tilde{\eta})\tilde{\eta} \right) \tilde{q}^T W \tilde{q} + \frac{1}{2}\gamma_q \gamma_2 \tilde{\eta} \tilde{q}^T S(\tilde{R}^T a) \tilde{a} \\ & + \frac{1}{2}\gamma_2 \text{sign}(\tilde{\eta}) \tilde{q}^T S(\tilde{R}^T a) \tilde{a} - \frac{1}{2}\gamma_2 \tilde{\eta} \tilde{q}^T S(\tilde{R}^T a) \tilde{a}, \end{aligned} \quad (3.54)$$

avec  $\text{sign}(\cdot)$  la fonction signe.

En tenant compte des hypothèses 3.1 et 3.2 et en appliquant l'inégalité de *Young* [147] aux termes suivants :

$$\frac{1}{2}\gamma_2 \tilde{\eta} \tilde{q}^T S(\tilde{R}^T a) \tilde{a} \leq \frac{1}{4\varepsilon_1} \tilde{\eta}^2 \|\tilde{q}\|^2 + \frac{1}{4}\varepsilon_1 \gamma_2^2 c_1^2 \|\tilde{a}\|^2 \quad (3.55)$$

$$\frac{1}{2}\gamma_2 \text{sign}(\tilde{\eta}) \tilde{q}^T S(\tilde{R}^T a) \tilde{a} \leq \text{sign}(\tilde{\eta}) \left( \frac{1}{4\varepsilon_2} \|\tilde{q}\|^2 + \frac{1}{4}\varepsilon_2 \gamma_2^2 c_1^2 \|\tilde{a}\|^2 \right) \quad (3.56)$$

l'équation (3.54) peut être exprimée par l'inégalité ci-dessous :

$$\begin{aligned} \dot{l} \leq & - \left[ \left( (\gamma_q - 1)c_w + \frac{1}{4\varepsilon_1} \right) \tilde{\eta}^2 + \text{sgn} \left( c_w \tilde{\eta} - \frac{1}{4\varepsilon_2} \right) \right] \|\tilde{q}\|^2 \\ & - \frac{1}{4}\gamma_2^2 c_1^2 \varepsilon_{12} \|\tilde{a}\|^2 + \frac{1}{2}\gamma_q \gamma_2 c_1 \tilde{\eta} \|\tilde{q}\| \|\tilde{a}\|, \end{aligned} \quad (3.57)$$

où  $\text{sgn} = \text{sign}(\tilde{\eta})$  et  $\varepsilon_{12} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \text{sign}(\tilde{\eta})$

On assure l'inégalité suivante :

$$2 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}\gamma_2^2 c_1^2 \varepsilon_{12} \left[ \left( (\gamma_q - 1)c_w + \frac{1}{4\varepsilon_1} \right) \tilde{\eta}^2 + \text{sgn} \left( c_w \tilde{\eta} - \frac{1}{4\varepsilon_2} \right) \right]} \geq \frac{1}{2}\gamma_q \gamma_2 c_1 \tilde{\eta} \quad (3.58)$$

L'inégalité (3.57) devient :

$$\dot{l} \leq - \left( \gamma_2 c_1 \sqrt{\varepsilon_{12} \left[ \left( (\gamma_q - 1)c_w + \frac{1}{4\varepsilon_1} \right) \tilde{\eta}^2 + \text{sgn} \left( c_w \tilde{\eta} - \frac{1}{4\varepsilon_2} \right) \right]} - \frac{1}{2}\gamma_q \gamma_2 c_1 \tilde{\eta} \right) \|\tilde{q}\| \|\tilde{a}\| \quad (3.59)$$

Cependant, l'inégalité (3.58) donne :

$$\left[ (\gamma_q - 1)c_w - \frac{1}{4} \left( \frac{\gamma_q^2}{\varepsilon_{12}} - \frac{1}{\varepsilon_1} \right) \right] \tilde{\eta} \geq \operatorname{sgn} \left( \frac{1}{4\varepsilon_2 \tilde{\eta}} - c_w \right). \quad (3.60)$$

Selon cette dernière inégalité,  $\tilde{\eta}$  n'est jamais proche de zéro. Donc, nous considérons une constante strictement positive  $\xi$  qui représente la valeur minimale de  $|\tilde{\eta}(t)|$  tel que  $\xi < |\tilde{\eta}(t_0)|$ , et choisissons  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  suffisamment grands, l'inégalité (3.60) peut être écrite comme suit :

$$\left[ (\gamma_q - 1)c_w - \frac{1}{4} \left( \frac{\gamma_q^2}{\varepsilon_{12}} - \frac{1}{\varepsilon_1} \right) \right] \tilde{\eta} > \operatorname{sgn} \left( \frac{1}{4\varepsilon_2 \xi} - c_w \right) \quad (3.61)$$

ainsi  $\tilde{\eta}$  satisfait la condition :

$$\tilde{\eta} > \frac{4\varepsilon_1 \varepsilon_{12} \left( c_w - \frac{1}{4\varepsilon_2 \xi} \right) \operatorname{sgn}}{(\varepsilon_1 \gamma_q^2 - \varepsilon_{12}) - 4\varepsilon_1 \varepsilon_{12} (\gamma_q - 1) c_w} \quad (3.62)$$

En choisissant :  $\gamma_q < \sqrt{\varepsilon_{12}/\varepsilon_1}$  tel que  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 \operatorname{sgn}$  et  $(\varepsilon_1 \gamma_q^2 - \varepsilon_{12}) / (4\varepsilon_1 \varepsilon_{12} (\gamma_q - 1) c_w < 1/4\varepsilon_2 \xi$ , nous concluons que  $\tilde{\eta} \leq 0 \forall t$ . De plus, puisque  $a$  est borné et  $q$  est aussi borné d'après la contrainte du quaternion ( $\eta^2 + q^T q = 1$ ),  $l$  converge vers zéro. Cela prouve que l'observateur (3.27)-(3.30) est asymptotiquement convergent quels que soient les changements de  $a$ .

### **3.4.3. Observateur d'attitude avec estimation de l'erreur d'accélération**

Ce second observateur est proposé pour avoir les mêmes objectifs du premier observateur défini par (3.27)-(3.30). La différence entre eux réside dans l'expression d'estimation de l'accélération apparente. Cette fois-ci, nous considérons que les erreurs de l'accélération apparente dépendent explicitement des erreurs de vitesse. L'observateur proposé est défini comme suit:

$$\dot{\hat{Q}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\hat{q}^T \\ \hat{\eta} I_{3 \times 3} + S(\hat{q}) \end{bmatrix} (\omega - \sigma), \quad (3.63)$$

$$\sigma = \gamma_1 \hat{R}^T S(m_i) \tilde{R}^T m_i + \gamma_2 \hat{R}^T S(a - \tilde{a}) \tilde{R}^T a, \quad (3.64)$$

$$\dot{\hat{v}} = k_1 \tilde{v} + \tilde{R}^T a + g e_3 - \tilde{a}, \quad (3.65)$$

$$\dot{\tilde{a}} = -k_2 \tilde{v} - \frac{\alpha}{k_1} S(\hat{R} \sigma) \tilde{v}, \quad (3.66)$$

où  $k_1$  and  $k_2$  sont des gains positifs,  $\alpha$  est un paramètre de compensation et  $\tilde{a}$  est n'importe quelle erreur affectant l'accélération apparente inconnue  $a$ .

En utilisant les équations (3.17), (3.18), (3.20), (3.21) et (3.63)-(3.65), les équations dynamiques des signaux d'erreurs sont données par :

$$\dot{\tilde{Q}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\tilde{q}^T \\ \tilde{\eta} I_{3 \times 3} + S(\tilde{q}) \end{bmatrix} \tilde{\omega}, \quad (3.67)$$

$$\sigma = \gamma_1 \hat{R}^T S(m_i) \tilde{R}^T m_i + \gamma_2 \hat{R}^T S(a) \tilde{R}^T a + \gamma_2 \hat{R}^T S(\tilde{R}^T a) \tilde{a}, \quad (3.68)$$

$$\dot{\tilde{v}} = -k_1 \tilde{v} + (I_{3 \times 3} - \tilde{R}^T) a + \tilde{a}, \quad (3.69)$$

avec  $\tilde{\omega} = \hat{R} \sigma$ . La substitution de  $\dot{\tilde{v}}$  dans l'équation (3.66) donne :

$$\dot{\tilde{a}} = \left( k_1 k_2 - \frac{\alpha}{k_1} S(\tilde{\omega}) \right) \tilde{v} - k_2 (I_{3 \times 3} - \tilde{R}^T) a - k_2 \tilde{a}. \quad (3.70)$$

Définissons le vecteur d'erreur  $x = [\tilde{q}^T, \tilde{v}^T, \tilde{a}^T]^T$  et considérons le théorème ci-dessous.

**Théorème 3.2** *Considérons le système défini par (3.17)-(3.18) et l'observateur donné par (3.63)-(3.66). Supposons que les hypothèses 3.1 et 3.2 soient satisfaites. Alors pour toutes les conditions initiales  $\tilde{\eta}(t_0) \neq 0$ , il existe des constantes strictement positives  $k_1$  et  $k_2$  tel que pour  $k_1 > 4c_1^2$ , les signaux d'erreurs de l'observateur sont bornés et convergent exponentiellement vers le point d'équilibre.*

**Preuve.** Nous introduisons la fonction LCF  $V$  comme suit :

$$V = \frac{1}{2} \tilde{q}^T \tilde{q} + \frac{1}{2} k_1 \tilde{v}^T \tilde{v} + \frac{1}{2k_2} \tilde{a}^T \tilde{a} + \tilde{v}^T (I_{3 \times 3} - \tilde{R}^T) a, \quad (3.71)$$

où  $(I_{3 \times 3} - \tilde{R}^T) = 2\tilde{\eta} S(\tilde{q}) - 2S(\tilde{q})^2$  est déduite de l'équation (3.10) et la propriété (1.7a) du paragraphe 1.6.2.2.

La fonction  $V$  peut être écrite par l'inégalité :  $V \leq (1/2)x^T P x$ , avec

$$P = \begin{bmatrix} 1 & -2c_1 & 0 \\ -2c_1 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{k_2} \end{bmatrix} \text{ laquelle est définie positive pour :}$$

$$k_1 > 4c_1^2 \quad (3.72)$$

En utilisant les équations (3.23) et (3.67)-(3.70), la dérivée totale de  $V$  est :

$$\begin{aligned}
\dot{V} = & -\tilde{\eta}^2 \tilde{q}^T W \tilde{q} + \frac{1}{2} \gamma_2 \tilde{\eta} \tilde{q}^T S(\tilde{R}^T a) \tilde{a} - k_1^2 \tilde{v}^T \tilde{v} + 2k_1 \tilde{v}^T \tilde{a} - \tilde{a}^T \tilde{a} \\
& + \left( (I_{3 \times 3} - \tilde{R}^T) a \right)^2 + \tilde{v}^T (I_{3 \times 3} - \tilde{R}^T) \dot{a} + \left( (\tilde{R}^T a)^T - \frac{\alpha}{k_1 k_2} \tilde{a}^T \right) \\
& \cdot \left( \gamma_1 S(m_i \times \tilde{R}^T m_i) + \gamma_2 S(a \times \tilde{R}^T a) \right) \tilde{v} \\
& - \frac{\alpha \gamma_2}{k_1 k_2} \tilde{a}^T S(\tilde{R}^T a \times \tilde{a}) \tilde{v} + \gamma_2 \tilde{v}^T S(\tilde{R}^T a \times \tilde{a}) \tilde{R}^T a.
\end{aligned} \tag{3.73}$$

Selon l'hypothèse 3.1 et l'équation (3.10), nous appliquons l'inégalité de *Young* aux termes ci-dessous :

$$\frac{1}{2} \gamma_2 \tilde{\eta} \tilde{q}^T S(\tilde{R}^T a) \tilde{a} \leq \frac{1}{4\varepsilon_1} \tilde{\eta}^2 \|\tilde{q}\|^2 + \frac{1}{4} \varepsilon_1 \gamma_2^2 c_1^2 \|\tilde{a}\|^2 \tag{3.74}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{v}^T (I_{3 \times 3} - \tilde{R}^T) \dot{a} &= 2\tilde{v}^T (S(\tilde{q}) - \tilde{\eta}) S(\dot{a}) \tilde{q} \\
&\leq \frac{1}{\varepsilon_2} \|\tilde{q}\|^2 + \varepsilon_2 c_2^2 \|\tilde{v}\|^2
\end{aligned} \tag{3.75}$$

En considérant l'hypothèse 3.2 et en substituant les inégalités (3.74) et (3.75) dans l'équation (3.73), nous avons l'inégalité approximative suivante :

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & - \left( c_w - \frac{1}{4\varepsilon_1} - \frac{1}{\tilde{\eta}^2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} + 4c_1^2 \right) \right) \tilde{\eta}^2 \|\tilde{q}\|^2 - (k_1^2 - \varepsilon_2 c_2^2) \|\tilde{v}\|^2 \\
& - \left( 1 - \frac{1}{4} \varepsilon_1 \gamma_2^2 c_1^2 \right) \|\tilde{a}\|^2 + (2k_1 + \gamma_2 c_1^2) \|\tilde{v}\| \|\tilde{a}\| \\
& - \frac{\alpha}{k_1 k_2} \left( \gamma_1 \|m_i\|^2 + \gamma_2 c_1^2 \left\| \frac{a_i}{|a_i|} \right\|^2 \right) \|\tilde{a}\| \|\tilde{v}\|,
\end{aligned} \tag{3.76}$$

tel que  $\tilde{\eta}$  n'est jamais proche de zéro comme il est montré par l'utilisation de la fonction LCF de l'équation (3.53). Cela nous permet de supposer qu'il existe  $\xi > 0$  tel que  $\xi < |\tilde{\eta}(t)|$ , et sous l'hypothèse 3.2 nous avons :

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & - \left( c_w - \frac{1}{4\varepsilon_1} - \frac{1}{\xi^2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} + 4c_1^2 \right) \right) \tilde{\eta}^2 \|\tilde{q}\|^2 - (k_1^2 - \varepsilon_2 c_2^2) \|\tilde{v}\|^2 \\
& - \left( 1 - \frac{1}{4} \varepsilon_1 \gamma_2^2 c_1^2 \right) \|\tilde{a}\|^2 + \left( 2k_1 + \gamma_2 c_1^2 + \frac{\alpha c_{nc}^2}{k_1 k_2} (\gamma_1 + \gamma_2 c_1^2) \right) \|\tilde{a}\| \|\tilde{v}\|.
\end{aligned} \tag{3.77}$$

Nous pouvons écrire :  $\dot{V} \leq -x^T \mathbf{Q} x$  où

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} (c_w - \beta_1) \tilde{\eta}^2 & 0 & 0 \\ 0 & k_1^2 - \varepsilon_2 c_2^2 & -\frac{1}{2} (2k_1 + \beta_2) \\ 0 & -\frac{1}{2} (2k_1 + \beta_2) & \frac{1}{4} (4 - \varepsilon_1 \gamma_2^2 c_1^2) \end{bmatrix}$$

avec

$$\beta_1 = \frac{1}{4\varepsilon_1} + \frac{1}{\xi^2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} + 4c_1^2 \right),$$

$$\beta_2 = \gamma_2 c_1^2 + \frac{\alpha c_{nc}^2}{k_1 k_2} (\gamma_1 + \gamma_2 c_1^2).$$

En choisissant  $k_2 > 4\alpha c_{nc}^2 (\gamma_1 + \gamma_2 c_1^2) / (\varepsilon_2 c_2^2 (\varepsilon_1 \gamma_2^2 c_1^2 - 4))$ ,  $\varepsilon_1 > 4 / (\gamma_2^2 c_1^2)$  et  $c_w > 1 / (4\varepsilon_1) + (1/\xi^2)(1/\varepsilon_2 + 4c_1^2)$ , la matrice  $\mathbf{Q}$  est définie positive. Cela montre que la fonction  $V$  est bornée et alors tous les termes inclus dans  $V$  sont aussi bornés et tendent exponentiellement vers zéro quand  $t \rightarrow \infty$ .

### **3.5. Résultats de simulation**

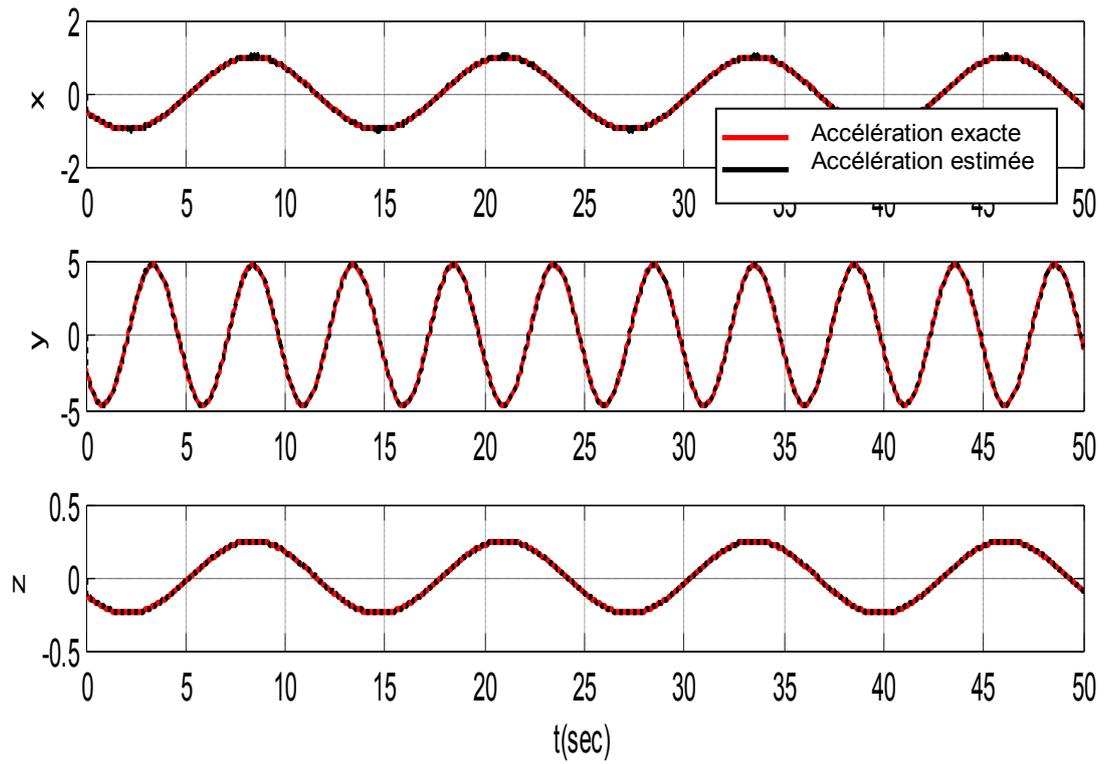
Dans cette partie, nous présentons un exemple de simulation numérique afin d'illustrer les performances des observateurs proposés. Pour cette raison, et à des fins de comparaison, nous avons désigné quatre observateurs : L'observateur **OBS1** présenté par les équations (3.27)-(3.30), l'observateur **OBS2** présenté par les équations (3.63)-(3.66), l'observateur **OBS3** qui est le premier observateur développé dans [2] et présenté par l'équation (3.24) et l'observateur **OBS4** développé dans [3] et présenté par les équations (3.25) et (3.26). Le même exemple d'une trajectoire circulaire d'un drone discuté dans [2] est utilisé. La vitesse linéaire  $v$  fournie par le GPS est définie comme suit :

$$v = [2\cos(0.5t + 0.5); 3.75\cos(1.25t + 0.5); 0.5\cos(0.5t + 0.5)].$$

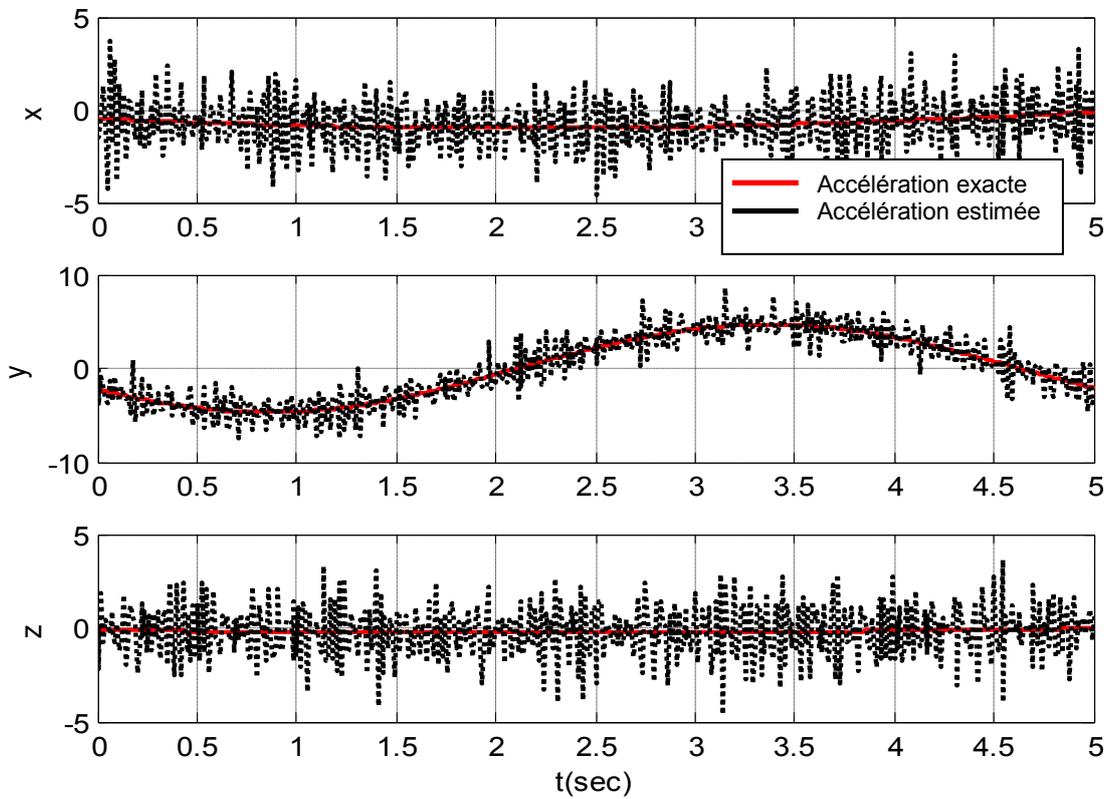
Le champ magnétique normalisé est  $m_i = [0.18; 0; 0.54]G$  et la vitesse angulaire  $\omega$  est donnée par:

$$\omega = [\sin(0.1t); 0.2\sin(0.2t + \pi); 0.1\sin(0.3t + \pi/3)].$$

Comme déjà dit dans le paragraphe 3.4.1, l'accélération apparente exacte  $a$  peut être déduite en utilisant l'équation (3.19). Néanmoins, l'information  $\dot{v}$ , correspondant à l'accélération linéaire, n'est fournie par aucun capteur. Alors, elle peut être estimée à partir de la vitesse linéaire  $v$  par utilisation des méthodes de différentiation comme celles développées dans [148, 149, 150, 151]. La Figure 3.1 montre la dérivée exacte  $\dot{v}$  de  $v$  et son estimé dans le cas où aucun bruit n'est pris en compte dans la vitesse linéaire  $v$ . Il est clair que l'accélération linéaire estimée a convergé rapidement vers l'accélération linéaire réelle  $\dot{v}$ . La Figure 3.2 montre la dérivée  $\dot{v}$  quand un bruit dans la vitesse  $v$  est supposé avec une déviation standard égale à 0.01 m/sec.



**Figure 3.1 :** Accélération linéaire sans bruits



**Figure 3.2 :** Accélération linéaire avec bruits

Les informations ci-dessus nous ont permis de déduire  $c_1 \approx 12$  et  $c_{nc} \approx 0.12$ .

Pour toutes les simulations, les conditions initiales choisies sont :  $\hat{v} = [0; 1; 0]$ ,  $\hat{\eta}(0) = 1$ ,  $\hat{q}(0) = [0; 0; 0]$ ,  $\eta(0) = 0.5$ ,  $q(0) = [-0.5; 0.5; 0.5]$ , correspondant à une erreur d'attitude  $\tilde{\eta}(0) = 0.5$  et  $\tilde{q}(0) = [-0.5; 0.5; 0.5]$ . Selon les théorèmes 3.1 et 3.2, le choix de cette erreur d'attitude initiale garantit la convergence des quatre observateurs désignés vers le point d'équilibre. Quand  $\tilde{\eta} \rightarrow 0$  et  $\tilde{q} \rightarrow 1$ , le point d'équilibre est non attractif.

Les gains utilisés pour les quatre observateurs sont :

**OBS1:**  $k_1 = 2$ ,  $k_2 = 9$ ,  $k_3 = 250$ ,  $\gamma_1 = 60$  et  $\gamma_2 = 0.15$ .

**OBS2:**  $k_1 = 580$  selon la condition (3.72),  $k_2 = 0.001$ ,  $\gamma_1 = 60$ ,  $\gamma_2 = 0.15$  et  $\alpha = 100$ .

**OBS3:**  $k_1 = 1$ ,  $\gamma_1 = 10$  et  $\gamma_2 = 1$ .

**OBS4:**  $k_1 = 10$ ,  $k_3 = 8$  selon la condition (31) de [3],  $k_2 = 200$ ,  $\gamma_1 = 40$  et  $\gamma_2 = 0.3$ .

Les gains sont choisis afin d'obtenir presque une similitude de performance entre les observateurs désignés. Ces observateurs sont testés selon deux scénarios.

Dans le premier scénario, nous avons supposé que les mesures fournies par les capteurs sont parfaites et donc aucun bruit ou perturbation n'est pris en compte. Dans la Figure 3.3, l'erreur d'attitude  $\tilde{Q}$  pour les quatre observateurs est indiquée. Tous les observateurs ont bien convergé vers le point d'équilibre  $\tilde{\eta}(t) \rightarrow 1$  et  $\tilde{q} \rightarrow 0$  si  $\tilde{\eta}(0) \neq 0$ . En outre, les observateurs **OBS1**, **OBS2** et **OBS4** ont convergé très rapidement (à moins de 1 sec) que l'observateur **OBS3** car l'accélération apparente est directement estimée assurant le bon fonctionnement de ceux-ci.

Dans le deuxième scénario, des bruits et des biais sont introduits dans les mesures des capteurs. Le bruit dans la vitesse linéaire, le champ magnétique et la vitesse angulaire est supposé avoir une déviation standard égale à 0.01 m/sec, 0.1 G et 1°/sec respectivement. Le biais affectant les gyroscopes est supposé égal à 1°/sec. Nous pouvons clairement constater dans la Figure 3.4 l'impact de ces perturbations dans l'erreur d'attitude estimée par les observateurs désignés. L'observateur **OBS4**, qui a assuré une bonne rapidité de convergence dans le premier scénario, est maintenant trop affecté par les perturbations. Il a donné

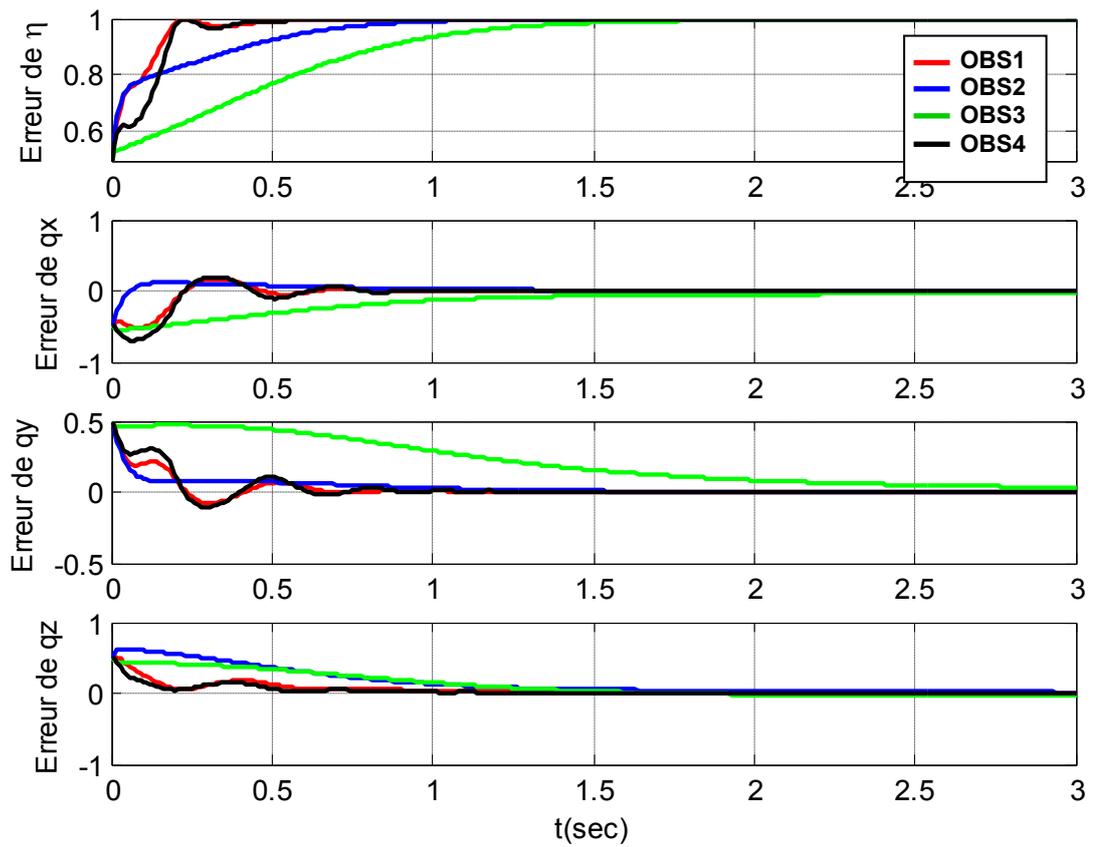


Figure 3.3 : Erreur d'attitude  $\tilde{Q}$  dans le cas des mesures parfaites

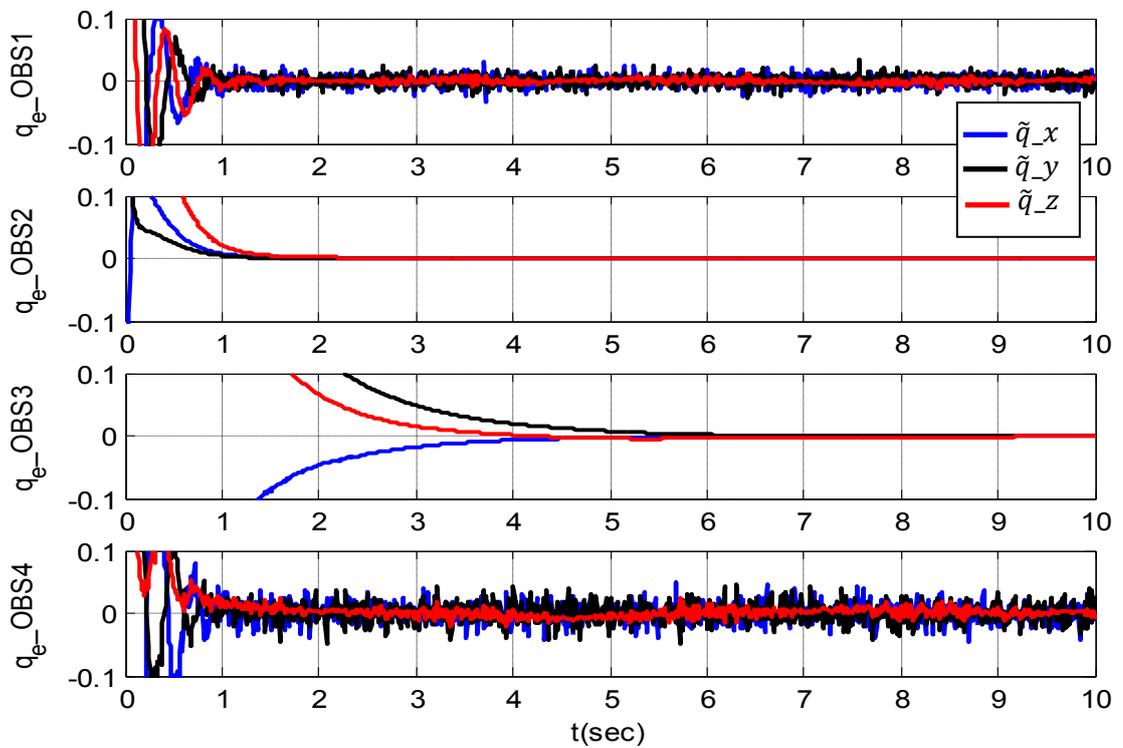
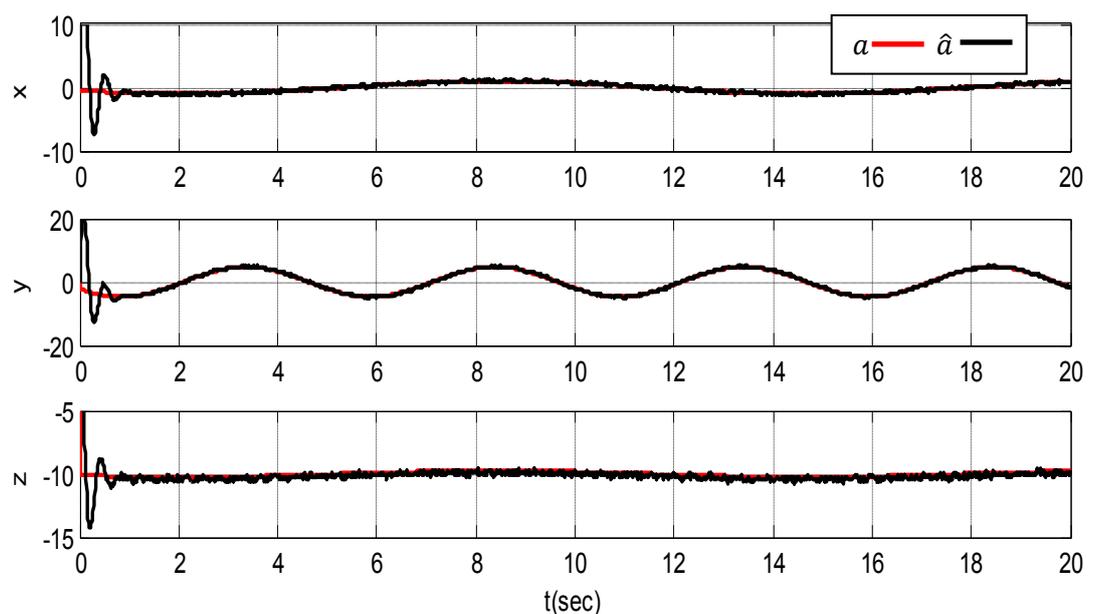


Figure 3.4 : Erreur d'attitude  $\tilde{Q}$  dans le cas des mesures bruitées

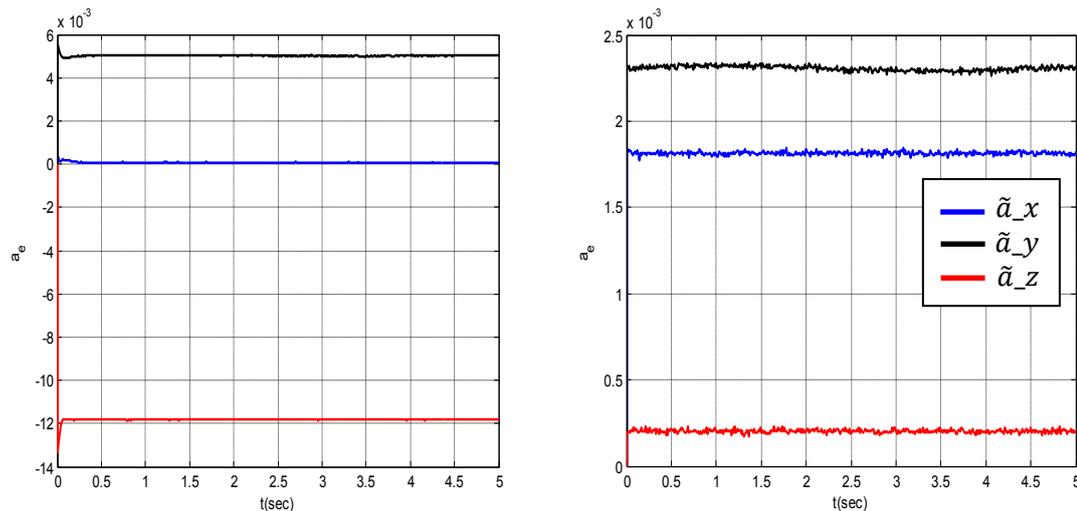
des oscillations importantes dans l'erreur estimée. Les observateurs **OBS1** et **OBS3** ont donné une erreur inférieure à 0.05. L'observateur **OBS1** a présenté de faibles oscillations mais l'erreur d'attitude est restée bornée. D'ailleurs, il a assuré une bonne rapidité de convergence comme dans le premier scénario. Malheureusement, une convergence très lente est obtenue par l'observateur **OBS3**. La même figure montre clairement la haute performance de l'observateur **OBS2**. Ce dernier a rapidement convergé, il n'a pas présenté d'oscillations malgré le bruit élevé et une erreur maximale moins de  $8.e-4$  a été fournie. Les valeurs élevées du paramètre  $\alpha$  (entre  $10^2$  et  $10^3$ ) ont amplifié les effets des biais et des bruits de mesures dans l'erreur estimée.

À travers les deux scénarios ci-dessus, nous avons conclu que des performances plus élevées (telles que la rapidité, la stabilité et la précision) sont assurées par l'observateur **OBS2** qui est mieux adapté aux perturbations.

La Figure 3.5 montre le signal d'entrée  $a$  et son estimé  $\hat{a}$ , défini par l'équation (3.36) de l'observateur **OBS1**, qui sont confondus au temps  $t=0.5$  sec. La Figure 3.6 montre la convergence vers des valeurs minimales de l'erreur de l'accélération apparente  $\tilde{a}$  estimée par l'équation (3.70) de l'observateur **OBS2**. Une suite de simulations pour différentes valeurs du paramètre  $\alpha$  (Figure 3.6) ont montré que les oscillations dans l'erreur  $\tilde{a}$  disparaissent lorsque le paramètre  $\alpha$  prend des valeurs élevées.



**Figure 3.5** : L'accélération apparente  $a$  et son estimé  $\hat{a}$



**Figure 3.6** : L'erreur de l'accélération apparente  $\tilde{a}$  estimée par **OBS2** : (a)  $\alpha = 100$   
 - (b)  $\alpha = 1$

### **3.6. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons abordé le problème d'estimation de l'attitude d'un corps rigide en exploitant des données inertielles et magnétiques provenant d'un accéléromètre, d'un gyroscope et d'un magnétomètre. Nous avons présenté à cet effet une synthèse des différentes techniques d'estimation de l'attitude construites autour des matrices de rotation et des quaternions. Le but est de situer nos propres techniques par rapport à ce qui existe dans la littérature.

Nous avons distingué les approches de moindres carrées, les filtres de *Kalman*, les filtres complémentaires et les observateurs d'état non linéaires. L'approche par les techniques des moindres carrées exige la connaissance d'au moins deux vecteurs de mesures provenant d'un accéléromètre et d'un magnétomètre, puisque une centrale inertielle est utilisée, et elle n'est valable que dans des phases de mouvement statique ou quasi-statique. L'approche par les filtres de *Kalman* peut être utilisée par la possibilité d'intégrer des mesures d'un gyroscope. Cependant, le filtre de *Kalman* souffre de problèmes de linéarisation et de coût de calcul élevé. Les approches par les observateurs non linéaires peuvent remédier à ces problèmes et offrent la possibilité d'intégrer des mesures inertielles et magnétiques.

Au cours des mouvements accélérés, les observateurs non linéaires peuvent être utilisés en ajoutant des mesures de vitesse GPS afin de compenser l'effet de l'accélération inconnue dans le repère inertiel ( $i$ ). Les observateurs non linéaires

basés sur la fusion IMU/GPS sont récemment développés. Notre contribution s'articule autour de développement de deux autres observateurs d'attitude non linéaires pour un corps rigide. Ces observateurs sont capables d'estimer, avec peu de systèmes de détection, l'accélération apparente inconnue en fonction des erreurs dynamiques de la vitesse et de l'utiliser dans les estimations de vitesse et d'attitude du corps rigide. Un observateur de différentiation exacte est intégré pour estimer l'accélération linéaire nécessaire aussi pour estimer l'attitude.

Les observateurs proposés sont clairement de forme simple. Une analyse mathématique appropriée est considérée pour analyser la convergence et la stabilité du système dynamique en utilisant la fonction candidate de Lyapunov. Les observateurs proposés ont montré leur capacité de garantir la stabilité asymptotique quand l'accélération apparente et sa première dérivée sont supposées bornées. En présence des bruits et des perturbations, ces observateurs assurent toujours une rapidité de convergence. Des valeurs élevées du paramètre de compensation  $\alpha$  utilisé dans l'observateur **OBS2** ont été choisies. Les faibles valeurs de  $\alpha$  provoquent des oscillations dans l'erreur de l'accélération.

## CHAPITRE 4

# CONTROLE DE LA TRAJECTOIRE GLOBALE D'UN DRONE CONVERTIBLE EN UTILISANT LES MESURES IMU ET GNSS

---

### Sommaire

---

|             |  |            |
|-------------|--|------------|
| <b>4.1.</b> | <b>Introduction</b>  | <b>89</b>  |
| <b>4.2.</b> | <b>Modélisation du système</b>                               | <b>92</b>  |
| 4.2.1.      | Équations de mouvement                                       | 93         |
| 4.2.2.      | Modélisation de la force aérodynamique                       | 94         |
| 4.2.3.      | Estimation adaptative par projection                         | 96         |
| <b>4.3.</b> | <b>Conception du contrôleur de trajectoire</b>               | <b>97</b>  |
| 4.3.1.      | Générateur de trajectoire                                    | 98         |
| 4.3.2.      | L'entrée intermédiaire                                       | 98         |
| 4.3.3.      | Extraction de l'attitude et de la vitesse angulaire désirées | 99         |
| 4.3.4.      | Contrôleur de trajectoire basé sur un observateur            | 100        |
| <b>4.4.</b> | <b>Résultats des simulations</b>                             | <b>106</b> |
| 4.4.1.      | Simulation 1 : Vol sans transition                           | 107        |
| 4.4.2.      | Simulation 2 : Du vol stationnaire au vol d'avancement       | 110        |
| <b>4.5.</b> | <b>Conclusion</b>  | <b>113</b> |

---

## CHAPITRE 4

# CONTROLE DE LA TRAJECTOIRE GLOBALE D'UN DRONE CONVERTIBLE EN UTILISANT LES MESURES IMU ET GNSS

### 4.1. Introduction

Les drones convertibles CUAV (Convertible Unmanned Arial Vehicles), récemment inventés, sont des aéronefs qui combinent les capacités de croisière à grande vitesse d'un aéronef à voilure fixe avec les capacités de survol d'un aéronef à voilure tournante. Ils sont de deux types : Convertibles à poussée basculée et convertibles à poussée fixée au corps. Lors d'un décollage ou atterrissage, ils peuvent être contrôlés comme un aéronef à voilure tournante. En outre, lors d'un vol à grande vitesse, la configuration du drone convertible est semblable à celle d'un aéronef à voilure fixe dans lequel les surfaces aérodynamiques produisent la force de portance nécessaire pour compenser la gravité. Il existe de nombreux travaux dans la littérature étudiant soit le contrôle des aéronefs à voilure tournante soit le contrôle des aéronefs à voilure fixe (voir section 1.7).

Lors des transitions entre le vol stationnaire et le vol d'avancement (lors des *manœuvres de transition*), des forts changements de forces aérodynamiques peuvent affecter le contrôle des convertibles. Ce problème a pris de l'attention dans la communauté de contrôle. En effet, il est nécessaire de concevoir des contrôleurs qui fonctionnent sur une enveloppe de vol complète du véhicule, allant du vol vertical à basse vitesse au vol d'avancement à grande vitesse. Le principal défi est de faire face à la grande variation de la dynamique du véhicule lors des *manœuvres de transition* entre ces deux régimes différents de vol.

Parmi les conceptions d'un drone convertible, nous citons les travaux [4, 5, 6, 7, 25, 27, 35, 36, 66, 152, 153, 154, 155] et d'autres. Dans [155], le problème de la stabilisation d'un avion V/STOL (Vertical/Short Take- Off and Landing) a été

abordé. Cependant, les auteurs n'ont pas présenté une stratégie pour contrôler la *manœuvre de transition*. Dans [27], un contrôleur PID a été appliqué pour la stabilisation d'un tailsitter *istar*. Dans [35] et [36], le contrôle de la vitesse d'un tailsitter et le contrôleur LQR a été appliqué pour la stabilisation d'un tailsitter en vol d'avancement respectivement. Dans [66], les auteurs ont employé la technique de backstepping pour le contrôle de la position d'un tailsitter à hélice carénée. Récemment, les auteurs dans [152, 154] ont présenté le développement de nouvelles plates-formes expérimentales de drones convertibles qui sont capables d'effectuer des décollages et des atterrissages verticaux comme un hélicoptère et un vol horizontal de longue durée comme un avion. Un système de contrôle hiérarchique a été conçu où un contrôleur de niveau élevé est responsable de la génération de références pour les contrôleurs de niveau bas pour la stabilisation de l'attitude et de l'altitude [8].

Cependant, la plupart des travaux qui existent dans la littérature concernant les drones convertibles, y compris ceux mentionnés ci-dessus, n'ont pas abordé le problème de contrôle de la *manœuvre de transition* qui est le phénomène le plus intéressant dans ce type de véhicules. Quelques analyses sur ces travaux sont présentées en considérant que les dynamiques en mode de vol stationnaire et celles en mode de vol horizontal sont indépendantes les unes des autres. Par conséquent, les lois de contrôle sont dérivées individuellement pour chacune de ces dynamiques en utilisant une stratégie de contrôle pour une large enveloppe de vol basée sur une condition de commutation (*switching*) entre ces lois de contrôle. Néanmoins, une telle stratégie de contrôle peut conduire à une mauvaise performance et à un domaine de stabilité réduit. Il n'est pas facile d'obtenir une stratégie de transition régulière et stable utilisant les algorithmes de contrôle existants. La *manœuvre de transition* nécessite donc d'un nouvel algorithme de contrôle.

Peu de travaux ont abordé le problème de contrôle des *manœuvres de transition*. Nous pouvons citer par exemple [8, 9, 10, 11]. Dans [8], l'auteur a présenté un prototype d'avion PVHAT (Planar Vertical Helicopter-Airplane Transition) à poussée basculée et il a proposé une stratégie de contrôle appropriée pour gérer la *manœuvre de transition* pour les avions, dits décapotables, en utilisant des algorithmes de contrôle continu et en évitant la

commutation entre les contrôleurs de régimes hélicoptère et avion. Dans [9], une *manœuvre de transition* optimale pour l'aéronef V/STOL à queue arrière est étudiée. Les auteurs ont présenté des simulations numériques montrant les performances dans la *manœuvre de transition*. Une autre stratégie, dite unifiée, a été étudiée dans [10, 11] pour des convertibles à poussée fixée au corps et en évitant ainsi la commutation entre les régimes de vol. La stratégie est basée sur un modèle dynamique qui a particulièrement pris en compte les forces aérodynamiques dans la conception des lois de contrôle. Dans [11], un modèle générique de traînée et de portance a été considéré en simplifiant la conception des contrôleurs non linéaires. La dépendance des forces aérodynamiques de l'angle d'attaque a permis aux auteurs de transformer le système afin qu'une partie de ces forces puisse être compensée via un changement de poussée, correspondant à l'entrée de commande, de sorte que la dynamique du système transformé ne dépende pas de l'angle d'attaque. Cette transformation permet d'adapter les techniques de conception de contrôle existant dans la littérature. Le modèle aérodynamique proposé dans [10] est une extension de celui proposé dans [11]. Les éléments de ce modèle sont combinés pour modéliser des fonctions captant les principales variations des coefficients aérodynamiques des profils NACA. Un résultat original de ce travail est de souligner les conditions sur la force aérodynamique qui permettent de reformuler le problème sous la forme du contrôle d'un corps sphérique sujet uniquement à une traînée indépendante de l'orientation. Dans le même travail, les perturbations non modélisées sont supposées constantes et sont traitées en complétant les lois de contrôle par des termes de correction intégrale. De plus, tous les couplages entre les mouvements de translation et de rotation sont négligés dans la dynamique du système.

La principale contribution de ce chapitre est de proposer une nouvelle approche unifiée non linéaire pour contrôler un drone convertible à poussée fixée au corps pendant le décollage, le vol stationnaire, la croisière, l'atterrissage et les *manœuvres de transition*. Le drone considéré est supposé équipé d'une centrale inertielle IMU et d'un système GNSS (Global Navigation Satellite System). Les forces et les couples aérodynamiques sont intégrées dans les lois de contrôle. Contrairement aux travaux précédents, les couplages entre les mouvements de translation et de rotation ne sont plus négligés et font partie des perturbations non

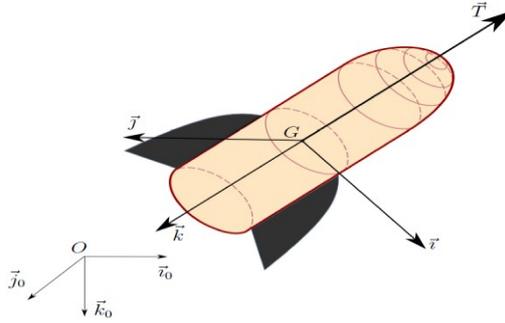
modélisées. Ces dernières sont estimées à l'aide d'un algorithme d'estimation adaptative utilisant la projection défini dans [12, 96] et intégrées dans les lois de contrôle afin d'améliorer la stabilité du vol du véhicule. La conception de notre approche est basée sur une entrée intermédiaire correspondant à l'accélération apparente désirée à partir de laquelle une attitude désirée peut être extraite. L'entrée intermédiaire désirée est indépendante des efforts aérodynamiques et d'autres perturbations externes pour que l'attitude désirée ne soit pas affectée par ces perturbations. Les entrées du système sont la poussée et le couple du système qui sont également extraits de l'entrée intermédiaire. Le but de l'approche est de forcer la trajectoire réelle de suivre la trajectoire de référence désirée. L'attitude réelle est obtenue à l'aide d'un observateur non linéaire inspiré des nouveaux observateurs développés dans le chapitre 3. La régulation utilisée (observateur-contrôleur) garantit la stabilité du système sur l'ensemble du domaine de vol du véhicule par la méthode directe de Lyapunov.

Dans la suite de ce chapitre, nous allons présenter les différents modèles nécessaires pour décrire le mouvement d'un drone convertible à poussée fixée au corps. Nous nous consacrons après au développement de l'approche unifiée de contrôle proposée. L'expression de la loi de contrôle intermédiaire est donnée, ensuite l'attitude désirée et les entrées correspondant à la poussée et le couple du système sont extraites. De plus, les équations de l'observateur utilisé sont écrites. Une analyse de convergence complète des signaux d'erreur est fournie. Des simulations sont enfin présentées afin de valider l'efficacité et la robustesse de l'approche proposée.

## **4.2. Modélisation du système**

Dans cette section, les modèles nécessaires utilisés pour la conception des lois de contrôle de la trajectoire d'un drone convertible sont présentés. Dans notre étude, le drone convertible à poussée fixée au corps montré par la Figure 4.1 [10] est utilisé.

Nous désignons les deux repères de coordonnées : le repère inertiel  $(i) = (O, \vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0)$  et le repère mobile  $(b) = (G, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  avec  $G\vec{k}$  l'axe de symétrie. La force de poussée  $\vec{T}$  est donc parallèle au vecteur  $\vec{k}$  et s'écrira :  $\vec{T} = -T\vec{k}$ .



**Figure 4.1** : Drone convertible à poussée fixée au corps

Le drone considéré est supposé muni des capteurs embarqués suivants :

- Un récepteur DGPS (Differential Global Positioning System) qui fournit la position  $p$  et la vitesse linéaire  $v$ ,
- Une centrale inertielle IMU qui délivre le vecteur accélération apparente  $a_b$  exprimé dans le repère  $(b)$ , le vecteur vitesse angulaire  $\omega$  exprimé dans le repère  $(b)$  et le vecteur champ magnétique  $m_b$ .

Les signaux de sortie du système sont donc :  $y = [p, v, a_b, \omega, m_b]^T$ .

Par la suite, les équations cinématiques et dynamiques du drone sont détaillées. Les résultats originaux de la modélisation de la force aérodynamique sont ensuite rapportés. Pour garantir la limitation des perturbations possibles, une estimation adaptative des perturbations est donnée.

### **4.2.1. Équations de mouvement**

Les équations de mouvement d'un drone convertible sont données en utilisant le modèle général décrit dans [25] comme suit :

$$\dot{p} = v, \tag{4.1}$$

$$\dot{v} = g e_3 - \frac{T}{m} e_3 + \frac{F_{ae}}{m} - \frac{1}{md} RS(e_3)\tau, \tag{4.2}$$

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q^T \\ \eta I_{3 \times 3} + S(q) \end{bmatrix} \omega, \tag{4.3}$$

$$J\dot{\omega} = -S(\omega)J\omega + \tau + \varepsilon_{ae} S(e_3)R^T F_{ae} + \tau_c, \tag{4.4}$$

où  $p \in \mathcal{R}^3$  et  $v \in \mathcal{R}^3$  désignent la position et la vitesse exprimées dans le repère  $(i)$ ,  $g e_3$  est l'accélération de gravité,  $e_3 = [0,0,1]^T$ ,  $T \in \mathcal{R}$  est la force de poussée exprimée dans le repère  $(i)$ ,  $m$  est la masse du système,  $F_{ae}$  est la force

aérodynamique définie dans le paragraphe 4.2.2,  $d$  est le lever arm du couple,  $R$  est la matrice de rotation,  $\tau \in \mathcal{R}^3$  est le couple du système exprimé dans le repère  $(b)$ ,  $\omega$  est la vitesse angulaire du système exprimée dans le repère  $(b)$ ,  $J$  est la matrice d'inertie symétrique positive,  $\varepsilon_{ae}$  est le lever arm du couple aérodynamique et  $\tau_c$  est le couple de l'influence des dynamiques de translation sur les dynamiques de rotation qui est supposé d'être négligé dans ce travail. Le dernier terme de l'équation (4.2) représente l'accélération de couplage entre les dynamiques de translation et celles de rotation.

L'équation (4.2) est aussi écrite comme suit [2, 3, 156] :

$$\dot{v} = ge_3 + a, \quad (4.5)$$

avec  $a$  l'accélération apparente exprimée dans le repère  $(i)$ .

À partir des équations (4.2) et (4.5), nous obtenons :

$$a = -\frac{T}{m}e_3 + \frac{F_{ae}}{m} - \frac{1}{md}RS(e_3)\tau. \quad (4.6)$$

Le signal de sortie de l'accéléromètre est alors  $a_b = R^T a$ . Si  $d$  est large, le dernier terme de l'équation (4.6) est négligé mais dans les lois de contrôle il est considéré comme une perturbation non modélisée.

L'équation (4.3) nous permet de déduire la vitesse angulaire  $\omega$  comme suit :

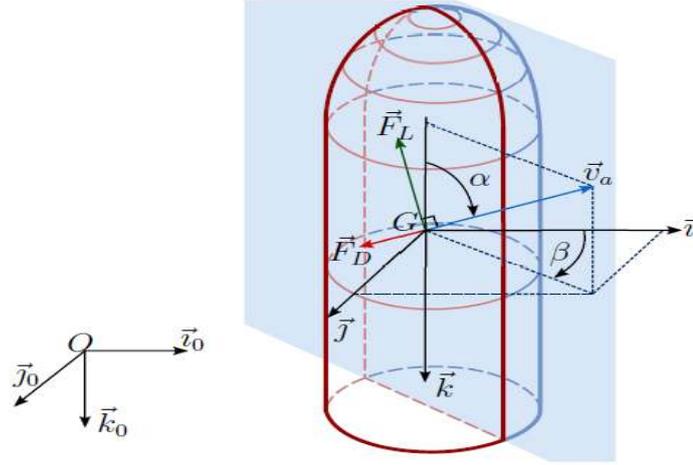
$$\omega = 2 \left[ \eta I_{3 \times 3} + S(q) \right]^{-1} \dot{q}. \quad (4.7)$$

### **4.2.2. Modélisation de la force aérodynamique**

Le mouvement d'un corps immergé dans l'air génère des effets de réaction aérodynamique dus à la distribution des pressions et à la répartition des contraintes de cisaillement. La somme de ces distributions détermine les forces aérodynamiques totales [10].

La force aérodynamique  $\vec{F}_{ae}$  est généralement décomposée en une composante le long du sens de la vitesse de l'air, appelée force de traînée  $F_D$ , et une composante perpendiculaire à la vitesse de l'air, appelée force de portance  $F_L$ . Le vecteur  $\vec{v}_a$  indiqué sur la Figure 4.2 est la vitesse-air définie comme étant la différence entre la vitesse linéaire  $v$  du véhicule et la vitesse du vent  $v_w$  :

$$\vec{v}_a = \vec{v} - \vec{v}_w. \quad (4.8)$$



**Figure 4.2 :** Les composantes de la force aérodynamique

Comme l'indique la Figure 4.2, la force aérodynamique  $\vec{F}_{ae}$  appartient au plan créé par le vecteur  $\vec{k}$  et la vitesse-air  $\vec{v}_a$ .

L'expression générale de  $\vec{F}_{ae}$  est donnée comme suit [10] :

$$\vec{F}_{ae} = k_a \|\vec{v}_a\| [C_L(\alpha) \vec{v}_a^\perp - C_D(\alpha) \vec{v}_a], \quad (4.9)$$

où  $k_a = \frac{\rho \Sigma}{2}$ ,  $\rho$  est la densité de flux d'air,  $\Sigma$  est la surface caractéristique du corps véhicule,  $C_L$  et  $C_D$  sont les coefficients de portance et de traînée respectivement dépendant de l'angle d'attaque  $\alpha$ , et  $\vec{v}_a^\perp = \vec{r}_a \times \vec{v}_a = S(r_a) \vec{v}_a$  est un vecteur obtenu en faisant tourner le vecteur  $\vec{v}_a$  de  $90^\circ$  dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, donc :

$$\vec{r}_a = -\sin(\beta) \vec{i} + \cos(\beta) \vec{j}, \quad (4.10)$$

avec  $\beta$  l'angle de dérapage et  $S(\cdot)$  la matrice antisymétrique.

En supposant que la forme du véhicule est symétrique, la force aérodynamique  $\vec{F}_{ae}$  ne change pas lorsque le véhicule tourne autour de son axe de symétrie.

En outre, en utilisant le modèle approximatif d'un profil symétrique NACA classique, les coefficients de portance et de traînée sont exprimés par [10] :

$$C_L(\alpha) = c_1 \sin(2\alpha), \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} C_D(\alpha) &= c_0 + 2c_1 \sin^2(\alpha) \\ &= c_2 - c_1 \cos(2\alpha), \end{aligned} \quad (4.12)$$

avec  $c_0$ ,  $c_1$  et  $c_2 = c_0 + c_1$  des nombres réels.

D'après la Figure 4.2, les angles  $\alpha$  et  $\beta$  sont donnés par :

$$\alpha = \text{acos} \left( \frac{-v_{a3}}{\|v_a\|} \right), \quad (4.13)$$

$$\beta = \text{atan2}(v_{a2}, v_{a1}), \quad (4.14)$$

où  $\text{acos}$  est la fonction cosinus inverse,  $\text{atan2}$  est la fonction tangente inverse dans les quatre quadrants, et  $v_{ai}$ ,  $i = 1,2,3$  sont les composantes de  $v_a$ .

En substituant les équations (4.11) et (4.12) dans l'équation (4.9), nous obtenons :

$$F_{ae} = k_a \|v_a\| [c_1(\sin(2\alpha)S(r_a) - \cos(2\alpha)I_{3 \times 3}) - c_2 I_{3 \times 3}] v_a. \quad (4.15)$$

Par conséquent, le couple aérodynamique autour du centre de masse  $G$  du véhicule est donné comme suit :

$$\vec{\tau}_{ae} = \overrightarrow{GP_r} \times \vec{F}_{ae} = \varepsilon_{ae} S(e_3) R^T F_{ae}, \quad (4.16)$$

où  $P_r$  est le centre de pression du véhicule. Pour plus de détails sur les forces aérodynamiques, le lecteur est référé à [10, 158].

### **4.2.3. Estimation adaptative par projection**

Le système drone convertible est soumis à d'autres forces et couples de perturbations inconnus. Ces perturbations, notées  $\Sigma$  par la suite, sont généralement négligées dans la littérature car il est difficile de les modéliser. Pour les prendre en compte et limiter leurs effets, nous proposons d'intégrer un algorithme d'adaptation basé sur la projection défini dans [12, 96] et réécrit comme suit :

$$\dot{\Sigma} = \gamma(\alpha(\Sigma, c_\Sigma, \Gamma) + \Gamma), \quad (4.17)$$

$$\alpha(\Sigma, c_\Sigma, \Gamma) = -k_\alpha \eta_1 \eta_2 \Sigma, \quad (4.18)$$

$$k_\alpha = \frac{1}{2(\varepsilon_\alpha^2 + 2\varepsilon_\alpha c_\Sigma)^2 c_\Sigma^2} \quad (4.19)$$

$$\eta_1 = \begin{cases} (\Sigma^T \Sigma - c_\Sigma^2)^2, & \text{si } \Sigma^T \Sigma > c_\Sigma^2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.20)$$

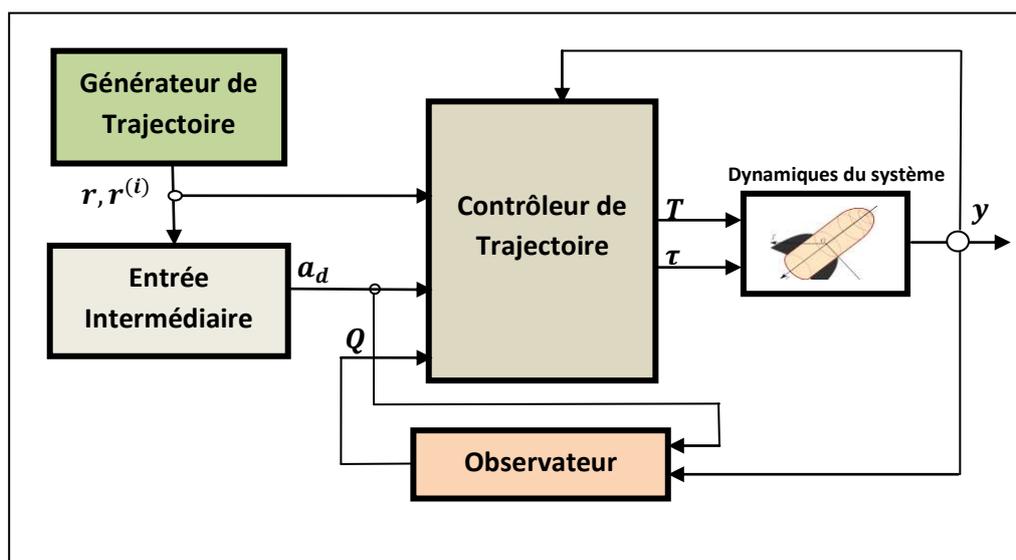
$$\eta_2 = \Sigma^T \Gamma + \sqrt{(\Sigma^T \Gamma)^2 + \delta_\alpha^2}, \quad (4.21)$$

où  $\gamma$  est une constante positive,  $c_\Sigma$  est connu à priori tel que  $\|\Sigma\| < c_\Sigma$ ,  $\varepsilon_\alpha$  et  $\delta_\alpha$  sont des constantes positives et les propriétés suivantes sont satisfaites :

$$\|\Sigma\| < c_\Sigma + \varepsilon_\alpha, \Sigma^T \alpha \geq 0, \dot{\Sigma} \in \mathcal{C}^1. \quad (4.22)$$

### 4.3. Conception du contrôleur de trajectoire

Le problème de contrôle est de concevoir un contrôleur qui fait converger l'état réel du système vers la trajectoire désirée. Le contrôleur des drones convertibles est généralement conçu pour effectuer le décollage vertical, le vol stationnaire, la croisière, l'atterrissage vertical et les *manœuvres de transition*. Pour ce but, nous proposons dans cette section une approche unifiée de contrôle du drone montré par la Figure 4.1. La difficulté principale envisagée dans les drones convertibles à poussée fixée au corps est due aux effets aérodynamiques qui sont modifiés lors de changement de direction de poussée. Alors, les forces aérodynamiques doivent être prises en compte dans les lois de contrôle de l'approche proposée. L'idée de l'approche est de concevoir une entrée intermédiaire du système, correspondant à l'accélération apparente désirée  $a_d$ , pour contrôler les dynamiques de translation et à partir de laquelle une attitude désirée  $Q_d$  et une poussée appropriée  $T$  sont extraites. Ensuite, un couple approprié  $\tau$  est conçu pour conduire l'attitude réelle  $Q$  vers celle désirée  $Q_d$ . Comme l'indique la Figure 4.3, un observateur non linéaire est utilisé pour estimer l'attitude actuelle  $Q$ .



**Figure 4.3 :** Structure d'un Contrôleur basé sur un observateur

Bien que les forces aérodynamiques sont considérées ici, d'autres forces et couples de perturbations inconnues, notés  $\Sigma_T$  et  $\Sigma_R$ , peuvent affecter aussi les dynamiques de translation et de rotation du système. Pour limiter leurs effets, nous supposons que l'hypothèse suivante doit être satisfaite.

**Hypothèse 4.1** *Il existe des constantes positives  $c_{\Sigma T}$  et  $c_{\Sigma R}$  tels que  $\|\Sigma_T\| < c_{\Sigma T}$  et  $\|\Sigma_R\| < c_{\Sigma R}$ .*

Avant de détailler les lois de contrôle, définissons les signaux d'erreur suivants :

$$\tilde{p} = p - r, \quad (4.23)$$

$$\tilde{v} = v - \dot{r}, \quad (4.24)$$

$$\tilde{a} = a - a_d, \quad (4.25)$$

$$\tilde{\omega} = \omega - \omega_d, \quad (4.26)$$

$$\tilde{Q} = (\tilde{\eta}, \tilde{q}) = Q \mathcal{O} Q_d^{-1}, \quad \tilde{R} = R R_d^T \quad (4.27)$$

où  $r$  et  $\dot{r}$  sont la position et la vitesse désirées.

### **4.3.1. Générateur de trajectoire**

Le générateur de trajectoire génère la trajectoire de référence désirée. Pour le besoin de notre approche, l'hypothèse 4.2 doit être satisfaite.

**Hypothèse 4.2** *La position désirée  $r$  et ses dérivées  $r^{(i)}$ ,  $i = 1,2,3,4$ , sont bornées. Alors, il existe des constantes positives  $c_r$  et  $c_{ri}$  tels que  $\|r\| \leq c_r$  et  $\|r^{(i)}\| \leq c_{ri}$ .*

*De plus, il existe une constante  $c_e > 0$  tel que  $\ddot{r}_3 = e_3^T \ddot{r} < c_e < g$ .*

### **4.3.2. L'entrée intermédiaire**

L'accélération apparente désirée  $a_d$  est considérée comme une entrée intermédiaire du contrôleur proposé. Pour atteindre les objectifs du contrôle (convergence et stabilité), les hypothèses ci-dessous à propos de  $a_d$  sont données.

**Hypothèse 4.3** *L'accélération apparente désirée  $a_d$  est bornée. Cette hypothèse est réalisée en incorporant la fonction tangente hyperbolique dans l'expression de  $a_d$ .*

**Hypothèse 4.4** *L'accélération apparente désirée  $a_d$  et sa première dérivée sont différentiables.*

Grâce à l'hypothèse 4.3, nous proposons le signal intermédiaire suivant :

$$a_d = \ddot{r} - g e_3 - k_{av} \tilde{v} - k_{av} K \tanh(\tilde{v}) - k_{ap} K^{-1} \tanh(\tilde{p}), \quad (4.28)$$

où  $\tanh(\cdot)$  est la fonction tangente hyperbolique,  $k_{av}$  et  $k_{ap}$  sont des gains positifs et  $K = K^T$  est une matrice définie positive. En conséquence, la borne de  $a_d$  est garantie tel que :

$$k_{av} + k_{av} \|e_3^T K\| + k_{ap} \|e_3^T K^{-1}\| < g - c_e. \quad (4.29)$$

### **4.3.3. Extraction de l'attitude et de la vitesse angulaire désirées**

Compte tenu de la solution d'extraction d'attitude éprouvée dans [96], l'attitude désirée  $Q_d = (\eta_d, q_d)$  est donnée comme suit :

$$\eta_d = \frac{1}{\|x\|} \sqrt{\frac{\|x\|^2 + x^T y}{2}}, \quad (4.30)$$

$$q_d = \frac{1}{\|x\|} \sqrt{\frac{1}{2(\|x\|^2 + x^T y)}} S(y)x, \quad (4.31)$$

avec  $x$  et  $y \in \mathcal{R}^3$  tel que  $\|x\| = \|y\|$  et  $x \neq -y$ . En choisissant  $x = \frac{a_d}{\|a_d\|}$  et  $y = -e_3$  et en les substituant dans les équations (4.30) et (4.31), nous obtenons :

$$\eta_d = \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 - \frac{a_{d3}}{\|a_d\|} \right)}, \quad (4.32)$$

$$q_d = \frac{1}{2\|a_d\|\eta_d} \begin{bmatrix} a_{d2} \\ -a_{d1} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.33)$$

Cependant des équations (4.32) et (4.33), l'attitude désirée présente une singularité pour quelques valeurs de  $a_d$ . Pour éviter cette singularité,  $a_d$  doit satisfaire la condition suivante :

$$a_d \neq [0, 0, a_{d3}]^T \text{ si } a_{d3} \in [0, +\infty[. \quad (4.34)$$

D'après l'équation (4.28), la condition (4.34) est atteinte si  $\ddot{r}_3 < g$  qui satisfait l'hypothèse 4.2.

La vitesse angulaire désirée  $\omega_d$  peut être aussi extraite de  $a_d$ . En dérivant les équations (4.32) et (4.33) et en utilisant l'équation (4.7), on obtient :

$$\omega_d = A(a_d)\dot{a}_d, \quad (4.35)$$

avec

$$A(a_d) = \frac{1}{b\|a_d\|^2} \begin{bmatrix} -a_{d1}a_{d2} & -a_{d2}^2 + b\|a_d\| & ba_{d2} \\ a_{d1}^2 - b\|a_d\| & a_{d1}a_{d2} & -ba_{d1} \\ a_{d2}\|a_d\| & -a_{d1}\|a_d\| & 0 \end{bmatrix}$$

$b = \|a_d\| - a_{d3}$ , et  $\dot{a}_d$  la première dérivée de  $a_d$  donnée comme suit :

$$\dot{a}_d = r^{(3)} - k_{ap}K^{-1}\phi(\tilde{p})\tilde{v} - k_{av}(I_{3 \times 3} + K\phi(\tilde{v}))\dot{\tilde{v}}, \quad (4.36)$$

où  $r^{(3)}$  est la troisième dérivée de la trajectoire désirée  $r$  et  $\phi(\cdot)$  est la première dérivée de la fonction tangente hyperbolique définie par l'équation B.1 de l'appendice B.

L'équation dynamique de l'erreur de vitesse,  $\tilde{v}$ , est déduite des équations (4.5), (4.24), (4.25) et (4.28) :

$$\dot{\tilde{v}} = \tilde{a} - k_{av}\tilde{v} - k_{av}K\tanh(\tilde{v}) - k_{ap}K^{-1}\tanh(\tilde{p}). \quad (4.37)$$

#### **4.3.4. Contrôleur de trajectoire basé sur un observateur**

Comme nous l'avons dit au début de cette section, les lois de commande  $T$  et  $\tau$  sont extraites de l'entrée intermédiaire  $a_d$ . Dans le cas virtuel, une seconde expression de  $a_d$  déduite de l'équation (4.6) peut être écrite comme suit :

$$a_d = \frac{-T}{m}e_3 + \frac{F_{aed}}{m} + \Sigma_T, \quad (4.38)$$

où  $F_{aed}$  est la force aérodynamique désirée obtenue en remplaçant la vitesse linéaire  $v$  par la vitesse désirée  $\dot{r}$  dans l'expression de  $F_{ae}$  (voir Appendice B).  $\Sigma_T$  est un terme adaptatif dans les forces perturbatrices qu'on puisse l'estimer par l'algorithme (4.17)-(4.21).

Par la suite, la poussée appropriée du système peut être donnée par :

$$T = -ma_{d3} + F_{aed3} + m\Sigma_{T3}. \quad (4.39)$$

Le terme adaptatif  $\Sigma_T$  est proposé comme suit :

$$\dot{\Sigma}_T = \gamma_T(\alpha(\Sigma_T, c_{\Sigma T}, \Gamma_T) + \Gamma_T). \quad (4.40)$$

$\alpha(\Sigma_T, c_{\Sigma_T}, \Gamma_T)$  est donné par les équations (4.18)-(4.21) et  $\Gamma_T$  est donné par :

$$\Gamma_T = \frac{k_s k_{av}}{\gamma_T} K \phi(\tilde{v}) \tanh(\tilde{v}) + \frac{k_s k_{ap}}{\gamma_T} K^{-1} \phi(\tilde{v}) \tanh(\tilde{v}), \quad (4.41)$$

avec  $k_s$  et  $\gamma_T$  des gains positifs.

De l'équation (4.39), nous pouvons facilement démontrer que  $T$  est borné et ne disparaît jamais. Selon l'hypothèse 4.1 et les propriétés données par (4.22),  $\Sigma_{T3}$  est borné tel que  $\|\Sigma_T\| < c_{\Sigma_T} + \varepsilon_\alpha$  et  $\varepsilon_\alpha > 0$ . Selon les hypothèses 4.2 et 4.3 et l'équation (4.29),  $a_{d3}$  est borné tel que :

$$a_{d3} < k_{av} + k_{av} \|e_3^T K\| + k_{ap} \|e_3^T K^{-1}\| + c_e - g. \quad (4.42)$$

À partir des équations (B.9)-(B.10) et (B.19) de l'appendice B et l'hypothèse 4.2,  $F_{aed3}$  est aussi borné par :

$$F_{aed3} < c_F = k_a c_{va} \|[c_1 \quad c_1 \quad c_1 + c_2]\|(c_{r1} + \|v_w\|). \quad (4.43)$$

avec  $c_{va} > 0$  tel que  $\|v_a\| < c_{va}$  et  $v_w$  supposé constant. En conséquence, la poussée  $T$  donnée par l'équation (4.39) est bornée comme suit :

$$0 < T < m(k_{av} + k_{av} \|e_3^T K\| + k_{ap} \|e_3^T K^{-1}\| + c_e + g + c_{\Sigma_T} + \varepsilon_\alpha) + c_F. \quad (4.44)$$

Le couple approprié du système peut être proposé par la loi suivante :

$$\tau = S(\omega_d) J \dot{\omega} + J \dot{\omega}_d - \varepsilon_{ae} S(e_3) R^T F_{aed} - S(e_3) R^T \Sigma_R - k_q \tilde{q} - k_\omega \tilde{\omega}, \quad (4.45)$$

où  $k_q$  et  $k_\omega$  sont des gains positifs,  $\Sigma_R$  est un terme adaptatif dans les couples de perturbations. Pour un gain positif  $\gamma_R$ , nous avons :

$$\dot{\Sigma}_R = \gamma_R (\alpha(\Sigma_R, c_{\Sigma_R}, \Gamma_R) + \Gamma_R), \quad (4.46)$$

$$\Gamma_R = -RS(e_3) \tilde{\omega}. \quad (4.47)$$

L'équation (4.35) nous permet d'avoir la dérivée de  $\omega_d$  comme suit :

$$\dot{\omega}_d = \mathcal{L}(a_d, \dot{a}_d) \omega_d + \frac{1}{b \|a_d\|^2} B(a_d) C(\dot{a}_d) \dot{a}_d + A(a_d) \ddot{a}_d. \quad (4.48)$$

La fonction  $\mathcal{L}(a_d, \dot{a}_d)$  et les matrices  $B(a_d) \in \mathcal{R}^{3 \times 9}$  et  $C(\dot{a}_d) \in \mathcal{R}^{9 \times 3}$  sont définies dans l'appendice B.

La dérivée de l'équation (4.36) est donnée comme suit :

$$\begin{aligned} \ddot{a}_d = & r^{(4)} - k_{ap} K^{-1} \psi(\tilde{p}, \tilde{v}) \tilde{v} - \left( k_{av} K \psi(\tilde{v}, \tilde{v}) + k_{ap} K^{-1} \phi(\tilde{p}) \right) \dot{\tilde{v}} \\ & - k_{av} (I_{3 \times 3} + K \phi(\tilde{v})) \ddot{\tilde{v}}. \end{aligned} \quad (4.49)$$

$r^{(4)}$  est la quatrième dérivée de  $r$ ,  $\phi(\cdot)$  et  $\psi(\cdot, \cdot)$  sont la première et la deuxième dérivées de la fonction tangente hyperbolique définies dans l'appendice B, et la dérivée de l'équation (4.37) est :

$$\ddot{\tilde{v}} = \dot{\tilde{a}} - k_{ap} K^{-1} \phi(\tilde{p}) \tilde{v} - k_{av} (I_{3 \times 3} + K \phi(\tilde{v})) \dot{\tilde{v}}. \quad (4.50)$$

En outre, la substitution de (4.6) et (4.38) dans l'équation (4.25) donne :

$$\tilde{a} = \frac{1}{m} \tilde{F}_{ae} - \dot{\Sigma}_T - k_s \tanh(\tilde{v}). \quad (4.51)$$

L'équation dynamique de  $\tilde{a}$  est exprimée comme suit :

$$\dot{\tilde{a}} = \frac{1}{m} \dot{\tilde{F}}_{ae} - \dot{\Sigma}_T - k_s \phi(\tilde{v}) \dot{\tilde{v}}, \quad (4.52)$$

avec  $\tilde{F}_{ae} = F_{ae} - F_{aed}$  et sa dérivée  $\dot{\tilde{F}}_{ae}$  sont définies respectivement par les équations (B.15) et (B.20) de l'appendice B.

Maintenant, nous pouvons résumer le modèle dynamique d'erreur du système comme suit :

$$\dot{\tilde{p}} = \tilde{v}, \quad (4.53)$$

$$\dot{\tilde{v}} = \tilde{a} - k_{av} \tilde{v} - k_{av} K \tanh(\tilde{v}) - k_{ap} K^{-1} \tanh(\tilde{p}), \quad (4.54)$$

$$\dot{\tilde{a}} = \frac{1}{m} \dot{\tilde{F}}_{ae} - \dot{\Sigma}_T - k_s \phi(\tilde{v}) \dot{\tilde{v}}, \quad (4.55)$$

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\tilde{q}^T \\ \tilde{\eta} I_{3 \times 3} + S(\tilde{q}) \end{bmatrix} \tilde{\omega}, \quad (4.56)$$

$$\begin{aligned} J \dot{\tilde{\omega}} &= -S(\omega) J \omega + \tau + \varepsilon_{ae} S(e_3) R^T F_{ae} - J \dot{\omega}_d \\ &= -S(\tilde{\omega}) J \omega + \varepsilon_{ae} S(e_3) R^T \tilde{F}_{ae} - S(e_3) R^T \Sigma_R - k_q \tilde{q} - k_\omega \tilde{\omega}. \end{aligned} \quad (4.57)$$

D'après la Figure 4.3, l'attitude réelle  $Q$  ainsi que la matrice de rotation  $R$  du système peuvent être obtenues à partir d'un observateur non linéaire d'équations suivantes [156] :

$$\dot{\hat{v}} = k_{av} \tilde{v}_0 + a - \tilde{a} + g e_3, \quad (4.58)$$

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\hat{q}^T \\ \hat{\eta} I_{3 \times 3} + S(\hat{q}) \end{bmatrix} (\omega - \sigma), \quad (4.59)$$

$$\sigma = \gamma_1 \hat{R}^T S(m_i) \hat{R}_0^T m_i + \gamma_2 \hat{R}^T S(a) \hat{R}_0^T a + \gamma_2 \hat{R}^T S(\hat{R}_0^T a) \tilde{a}, \quad (4.60)$$

où  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont des gains positifs,  $\tilde{v}_0 = v - \hat{v}$  est l'erreur de la vitesse linéaire avec  $\hat{v}$  l'estimé de  $v$ ,  $\tilde{a}$  est défini par l'équation (4.51),  $\tilde{Q}_0 = (\tilde{\eta}_0, \tilde{q}_0) = Q \hat{Q}^{-1}$  avec  $\hat{Q}$  l'estimé de  $Q$ ,  $\tilde{R} = R \hat{R}^T$  avec  $\hat{R}$  l'estimé de  $R$ ,  $\sigma$  est le terme de correction dans la vitesse angulaire et  $m_i$  est le champ magnétique terrestre exprimé dans le repère ( $i$ ). Le modèle dynamique d'erreur de cet observateur est le suivant :

$$\dot{\tilde{v}}_0 = -k_{av} \tilde{v}_0 + \tilde{a}_0, \quad (4.61)$$

$$\dot{\tilde{Q}}_0 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\tilde{q}_0^T \\ \tilde{\eta}_0 I_{3 \times 3} + S(\tilde{q}_0) \end{bmatrix} \tilde{\omega}_0, \quad (4.62)$$

$$\tilde{\omega}_0 = \omega - \hat{\omega} = \hat{R} \sigma. \quad (4.63)$$

où  $\hat{\omega}$  est l'estimé de  $\omega$ .

Nous supposons l'hypothèse ci-dessous concernant l'accélération apparente  $a$  et le champ magnétique  $m_i$ .

**Hypothèse 4.5** *Il existe une constante positive  $c_a$  tel que  $\|a\| \leq c_a$ , et si  $a$  et  $m_i$  sont non-colinéaires alors il existe une constante positive  $c_w(\gamma_1, \gamma_2)$  tel que  $c_w < \lambda_{\min}(W)$ , où  $\lambda_{\min}$  est la valeur propre minimale d'une matrice définie positive  $W$  donnée par :*

$$W = -\gamma_1 S(m_i)^2 - \gamma_2 S(a)^2. \quad (4.64)$$

Définissons le vecteur d'erreur  $\tilde{z}$  et sa dérivée  $\dot{\tilde{z}}$  en utilisant les équations (4.54) et (4.61) comme suit :

$$\tilde{z} = \hat{v} - \dot{r} = \tilde{v} - \tilde{v}_0, \quad (4.65)$$

$$\dot{\tilde{z}} = -k_{av} \tilde{z} - k_{av} K \tanh(\tilde{v}) - k_{ap} K^{-1} \tanh(\tilde{p}). \quad (4.66)$$

Notre objectif est que tous les signaux d'erreur  $[\tilde{z}, \tilde{q}_0, \tilde{q}, \tilde{\omega}, \tilde{p}, \tilde{v}, \tilde{a}, \tilde{\Sigma}_T, \tilde{\Sigma}_R]^T$  convergent vers le point d'équilibre  $[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T$  quand  $t \rightarrow \infty$ . Pour cette fin, nous considérons le théorème ci-dessous.

**Théorème 4.1** *Considérons le système défini par (4.1)-(4.4), les lois de contrôle données par (4.39)-(4.41) et (4.45)-(4.47) et l'observateur donné par (4.58)-(4.63). Supposons que les hypothèses 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 et 4.5 soient satisfaites. Alors pour toutes les conditions initiales  $\tilde{\eta}_0(t_0) \neq 0$ , il existe des constantes strictement positives  $k_{av}$  et  $k_{ap}$  et une matrice définie positive  $K$  tel que pour :*

$$\frac{\varepsilon_4}{\varepsilon_3} < k_{ap} < \min \left\{ 1 + \frac{\varepsilon_1}{2}, \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_3}{\varepsilon_4} \right\} \quad (4.67)$$

$$k_{av} > \frac{\Delta}{\varepsilon_5 \gamma_2 c_a^2} \quad (4.68)$$

$$\lambda_{\min}(K) > \frac{\varepsilon_5 \gamma_2 c_a^2 k_{ap} (\varepsilon_3 k_{ap} - \varepsilon_4)}{2 \varepsilon_3 \varepsilon_4 \Delta (\varepsilon_5 \gamma_2 c_a^2 k_{av} - \Delta)} \quad (4.69)$$

avec  $\Delta = (1 - k_{ap})$  et  $\varepsilon_i > 0, i = 1, 2, 3, 4, 5$ , tous les signaux d'erreur du système sont bornés et convergent exponentiellement vers zéro quand  $t \rightarrow \infty$ .

**Preuve.** Soient  $\tilde{\Sigma}_T$  et  $\tilde{\Sigma}_R$  désignant les erreurs sur  $\Sigma_T$  et  $\Sigma_R$  respectivement. En utilisant les équations (4.6), (4.38) et (4.52), nous obtenons :

$$\tilde{\Sigma}_T = \tilde{a} - \frac{\tilde{F}_{ae}}{m}, \quad (4.70)$$

$$\dot{\tilde{\Sigma}}_T = -\gamma_T \alpha(\Sigma_T, c_{\Sigma T}, \Gamma_T). \quad (4.71)$$

De même, l'erreur dynamique sur  $\Sigma_R$  peut être écrite comme suit :

$$\dot{\tilde{\Sigma}}_R = -\gamma_R \alpha(\Sigma_R, c_{\Sigma R}, \Gamma_R). \quad (4.72)$$

Nous introduisons la fonction LCF suivante :

$$V = \frac{1}{2} \tilde{z}^T \tilde{z} + \frac{1}{2} k_{ap} \tanh^T(\tilde{p}) K^{-1} \tanh(\tilde{p}) + \frac{1}{2} (1 - k_{ap}) \tilde{v}^T \tilde{v} + \frac{1}{2\gamma_T} \tilde{\Sigma}_T^T \tilde{\Sigma}_T + \frac{1}{2} (1 - \tilde{\eta}_0)^2 + \frac{1}{2} k_q (\tilde{\eta} - 1)^2 + \frac{1}{2} \tilde{q}_0^T \tilde{q}_0 + \frac{1}{2} k_q \tilde{q}^T \tilde{q} + \frac{1}{4} \tilde{\omega}^T J \tilde{\omega} + \frac{1}{2\gamma_R} \tilde{\Sigma}_R^T \tilde{\Sigma}_R. \quad (4.73)$$

À l'aide de la formule  $\tilde{q}^T S(x) \tilde{R}^T x = 2\tilde{\eta} \tilde{q}^T S(x)^2 \tilde{q}$  (issue des équations (1.12) et (1.7) avec  $x \in \mathcal{R}^3$  vecteur quelconque) et en utilisant les équations (4.54), (4.56), (4.57), (4.60), (4.62), (4.64), (4.66), (4.71) et (4.72), la dérivée totale de  $V$  est donnée par

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -k_{av} \tilde{z}^T \dot{\tilde{z}} - k_{av} \tilde{z}^T K \tanh(\tilde{v}) - k_{ap} \tilde{z}^T K^{-1} \tanh(\tilde{p}) \\ & - k_{ap} \tanh^T(\tilde{p}) K^{-1} \tanh^2(\tilde{p}) \tilde{v} + (1 - k_{ap}) \tilde{v}^T \dot{\tilde{a}} \\ & - k_{av} (1 - k_{ap}) \tilde{v}^T \dot{\tilde{v}} - k_{av} (1 - k_{ap}) \tilde{v}^T K \tanh(\tilde{v}) \\ & + k_{ap}^2 \tilde{v}^T K^{-1} \tanh(\tilde{p}) - \tilde{\Sigma}_T^T \alpha(\Sigma_T, c_{\Sigma T}, \Gamma_T) - \tilde{\eta}_0 \tilde{q}_0^T W \tilde{q}_0 \\ & + \frac{1}{2} \gamma_2 \tilde{q}_0^T S(\tilde{R}^T a) \dot{\tilde{a}} + \frac{1}{2} \varepsilon_{ae} \tilde{\omega}^T S(e_3) R^T \tilde{F}_{ae} \\ & - \frac{1}{2} \tilde{\omega}^T S(e_3) R^T \dot{\Sigma}_R - \frac{1}{2} k_\omega \tilde{\omega}^T \dot{\tilde{\omega}} - \tilde{\Sigma}_R^T \alpha(\Sigma_R, c_{\Sigma R}, \Gamma_R). \end{aligned} \quad (4.74)$$

Appliquons l'inégalité de *Young* [147] aux termes ci-dessous :

$$k_{av} \tilde{z}^T K \tanh(\tilde{v}) \leq \frac{k_{av}}{2\varepsilon_1} \tilde{z}^T K \tilde{z} + \frac{\varepsilon_1 k_{av}}{2} \tilde{v}^T K \tanh(\tilde{v}), \quad (4.75)$$

$$k_{ap} \tilde{z}^T K^{-1} \tanh(\tilde{p}) \leq \frac{k_{ap}}{2\varepsilon_2} \tilde{z}^T K^{-1} \tilde{z} + \frac{\varepsilon_2 k_{ap}}{2} \tilde{p}^T K^{-1} \tanh(\tilde{p}), \quad (4.76)$$

$$k_{ap} \tanh^T(\tilde{p}) K^{-1} \tanh^2(\tilde{p}) \tilde{v} \leq \frac{k_{ap}}{2\varepsilon_3} \tilde{v}^T K^{-1} \tilde{v} + \frac{\varepsilon_3 k_{ap}}{2} \tilde{p}^T K^{-1} \tanh(\tilde{p}), \quad (4.77)$$

$$k_{ap}^2 \tilde{v}^T K^{-1} \tanh(\tilde{p}) \leq \frac{k_{ap}^2}{2\varepsilon_4} \tilde{v}^T K^{-1} \tilde{v} + \frac{\varepsilon_4 k_{ap}^2}{2} \tilde{p}^T K^{-1} \tanh(\tilde{p}), \quad (4.78)$$

$$\frac{1}{2} \gamma_2 \tilde{q}_0^T S(\tilde{R}^T a) \tilde{a} \leq \frac{\gamma_2}{4\varepsilon_5} \tilde{q}_0^T \tilde{q}_0 + \frac{\varepsilon_5 \gamma_2 c_a^2}{4} \tilde{a}^T \tilde{a}, \quad (4.79)$$

et considérons l'hypothèse 4.5 et les propriétés (4.22), l'équation (4.74) peut être écrite par l'inégalité simplifiée suivante :

$$\dot{V} \leq -x^T P x - \tilde{p}^T p_p \tanh(\tilde{p}) - \tilde{v}^T p_v \tanh(\tilde{v}), \quad (4.80)$$

où  $x = [\tilde{z}, \tilde{q}_0, \tilde{\omega}, \tilde{v}, \tilde{a}]^T$  et

$$P = \begin{bmatrix} p_{zz} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{qq} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} k_\omega I_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{vv} & \frac{1}{2} \Delta I_{3 \times 3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \Delta I_{3 \times 3} & \frac{\varepsilon_5 \gamma_2 c_a^2}{4} I_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

avec

$$\Delta = (1 - k_{ap}),$$

$$p_{zz} = k_{av} I_{3 \times 3} + \frac{k_{av} K}{2\varepsilon_1} + \frac{k_{ap} K^{-1}}{2\varepsilon_2}, \quad (4.81)$$

$$p_{qq} = \left( c_w \tilde{\eta}_0 - \frac{\gamma_2}{4\varepsilon_5} \right) I_{3 \times 3}, \quad (4.82)$$

$$p_{vv} = k_{av} \Delta I_{3 \times 3} - \frac{k_{ap} K^{-1}}{2\varepsilon_3 \varepsilon_4} (\varepsilon_3 k_{ap} - \varepsilon_4), \quad (4.83)$$

$$p_p = \frac{k_{ap} K^{-1}}{2} \left( (\varepsilon_2 + \varepsilon_3) - k_{ap} \varepsilon_4 \right), \quad (4.84)$$

$$p_v = k_{av} K \left( 1 + \frac{\varepsilon_1}{2} - k_{ap} \right). \quad (4.85)$$

Nous supposons que  $p_{qq} > 0$  donc  $c_w \tilde{\eta}_0 > \frac{\gamma_2}{4\varepsilon_5}$  ce qui implique que  $\tilde{\eta}_0(t_0) \neq 0$ . Par conséquent, la matrice  $P$  est une matrice définie positive pour :

$$p_{vv} > \frac{\Delta^2}{\varepsilon_5 \gamma_2 c_a^2} I_{3 \times 3}. \quad (4.86)$$

L'équation (4.83) et l'inégalité (4.86) donnent :

$$K > \frac{\varepsilon_5 \gamma_2 c_a^2 k_{ap} (\varepsilon_3 k_{ap} - \varepsilon_4)}{2 \varepsilon_3 \varepsilon_4 \Delta (\varepsilon_5 \gamma_2 c_a^2 k_{av} - \Delta)} I_{3 \times 3}$$

qui est vérifié si  $k_{av} > \frac{\Delta}{\varepsilon_5 \gamma_2 c_a^2}$ ,  $k_{ap} > \frac{\varepsilon_4}{\varepsilon_3}$  et  $\varepsilon_3 > \varepsilon_4$ .

Nous supposons aussi que  $p_p > 0$  et  $p_v > 0$ , cela donne :

$$k_{ap} < \min \left\{ 1 + \frac{\varepsilon_1}{2}, \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_3}{\varepsilon_4} \right\}$$

Les inégalités ci-dessus prouvent les conditions (4.67)-(4.69).

À partir des satisfactions ci-dessus, nous concluons que  $\dot{V} \leq 0$ . Cela implique que  $V$  est borné et les états  $[\tilde{z}, \tilde{q}_0, \tilde{q}, \tilde{\omega}, \tilde{p}, \tilde{v}, \tilde{a}]^T$  sont bornés et convergent exponentiellement vers zéro quand  $t \rightarrow \infty$ . Les erreurs des termes adaptatifs,  $\tilde{\Sigma}_T$  et  $\tilde{\Sigma}_R$ , sont bornées selon l'hypothèse 4.1 et en utilisant le Lemme de *Barbalat* (voir Appendice A),  $\tilde{\Sigma}_T$  et  $\tilde{\Sigma}_R$  convergent vers zéro.

#### **4.4. Résultats des simulations**

Nous illustrons dans cette section la performance et la robustesse de l'approche de contrôle proposée dans le cas d'un mouvement 3D accéléré. Les équations de mouvement du système utilisées sont données par (4.1)-(4.4) avec  $F_{ae}$  donné par l'équation (4.15),  $Q$  et  $R$  sont donnés en utilisant l'observateur (4.58)-(4.63), les sorties du contrôleur  $T$  et  $\tau$  sont données par (4.39) et (4.45) respectivement, et les termes adaptatifs  $\Sigma_T$  et  $\Sigma_R$  sont donnés par les équations (4.40) et (4.46).

Deux simulations sont désignées. La première simulation démontre l'efficacité de l'approche proposée pour un vol sans transition. La deuxième simulation illustre la performance de l'approche lorsqu'une *manœuvre de transition* entre le vol stationnaire et le vol d'avancement est considérée. Pour les deux simulations, un CUAV à poussée fixée au corps représenté par la Figure 4.1 est utilisé.

Les paramètres physiques du véhicule et les paramètres environnementaux sont donnés par :

$$m = 5 \text{ (Kg)},$$

$$\begin{aligned} \Sigma &= 0.114 \text{ (m}^2\text{)}, \\ \rho &= 1.2 \text{ (Kg/m}^3\text{)}, \\ k_a &= \frac{\rho \Sigma}{2} \approx 0.07 \text{ (Kg/m)}, \\ c_0 &= 0.1, c_1 = 0.5, c_2 = 0.6, \\ \varepsilon_{ae} &= 0.1 \text{ (m)}, \\ d &= 0.5 \text{ (m)}, \\ J &= \text{diag}([0.5; 0.5; 0.25]) \text{ (Kg.m}^2\text{)}, \\ g &= 9.81 \text{ (m/sec}^2\text{)}, \\ m_i &= [0.18; 0; 0.54] \text{ (G)}, \\ v_w &= [-5; -1; 0] \text{ (m/sec}^2\text{)}. \end{aligned}$$

Les gains de contrôle et d'adaptation sont donnés par :

$$\begin{aligned} k_{av} &= 1, k_{ap} = 0.1, k_q = 40, k_\omega = 2, k_s = 0.1, K = \mathbf{diag}([0.01; 0.01; 0.04]), \\ \gamma_T = \gamma_R &= 0.1, c_{\Sigma T} = 2 \text{ (m/sec}^2\text{)}, c_{\Sigma R} = 1 \text{ (N.m)}, \varepsilon_\alpha = 1, \delta_\alpha = 5. \end{aligned}$$

Les gains de l'observateur sont :

$$\gamma_1 = 20, \gamma_2 = 0.1.$$

Les gains du contrôleur sont choisis pour satisfaire les conditions (4.67)-(4.69).

Les conditions initiales pour les deux simulations sont choisies comme suit :

$$\begin{aligned} p(0) &= [-20; 10; 0] \text{ (m)}, \\ v(0) &= [0; 0; 0.5] \text{ (m/sec)}, \\ \omega(0) &= [0; 0; 0] \text{ (rad/sec)}, \\ Q(0) &= [0; 1; 0; 0]. \end{aligned}$$

Les conditions initiales pour l'observateur sont :

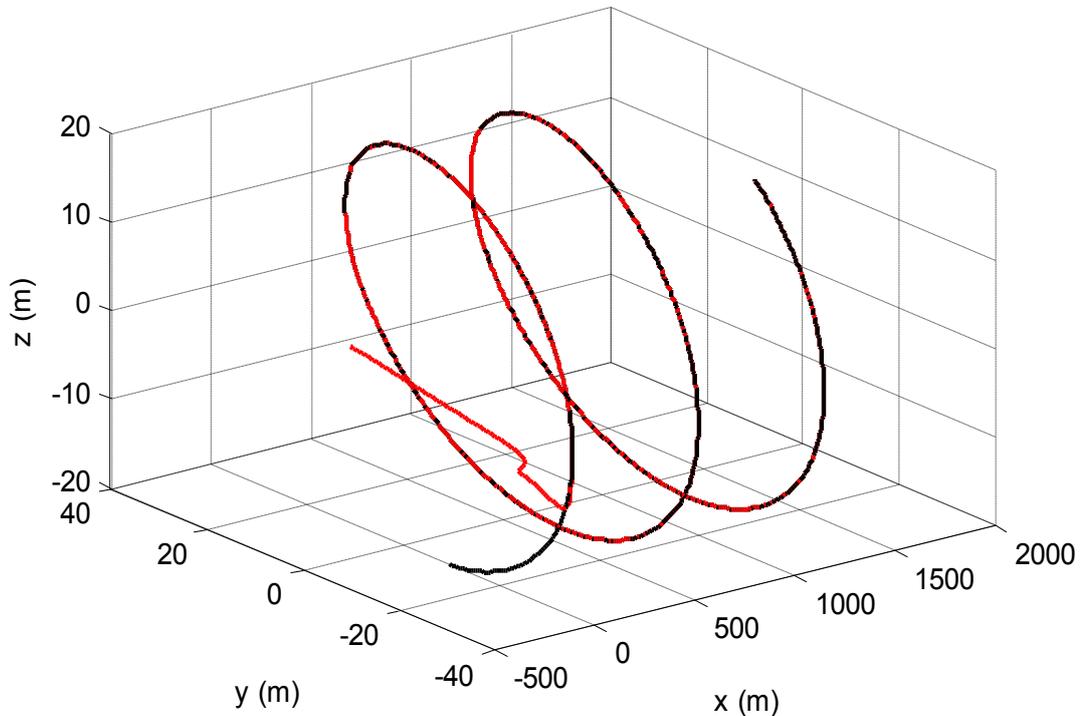
$$\hat{v}(0) = [0; 1; 0], \hat{Q}(0) = [1; 0; 0; 0].$$

#### **4.4.1. Simulation 1 : Vol sans transition**

Cette simulation concerne le mouvement de CUAUV en croisière. Le même exemple discuté dans [96] est étudié. La trajectoire de référence désirée est définie comme suit :

$$r = [10t; 30\sin(0.1t + 3.48); 20\sin(0.1t + 4.71)]. \quad (4.87)$$

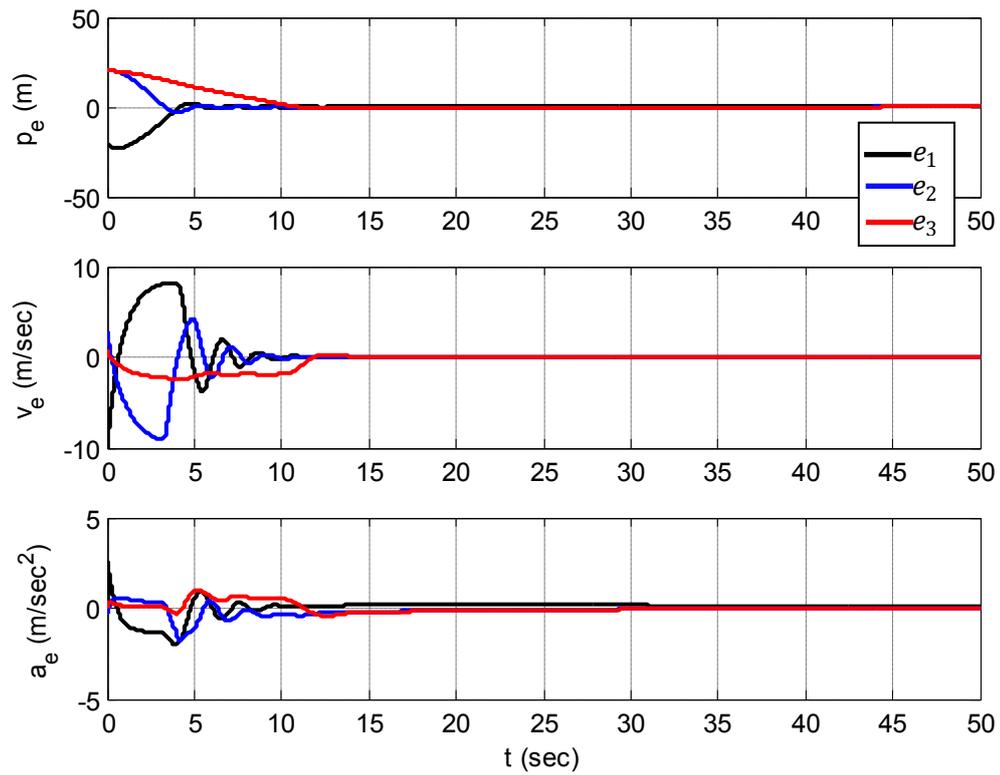
Les Figures 4.4-4.8 montrent clairement l'efficacité de l'approche proposée. La Figure 4.4 montre l'évolution de la trajectoire 3D du véhicule au cours du temps. Comme il est indiqué, la position initiale est choisie suffisamment loin de celle désirée et la trajectoire de référence est atteinte avec une grande précision.



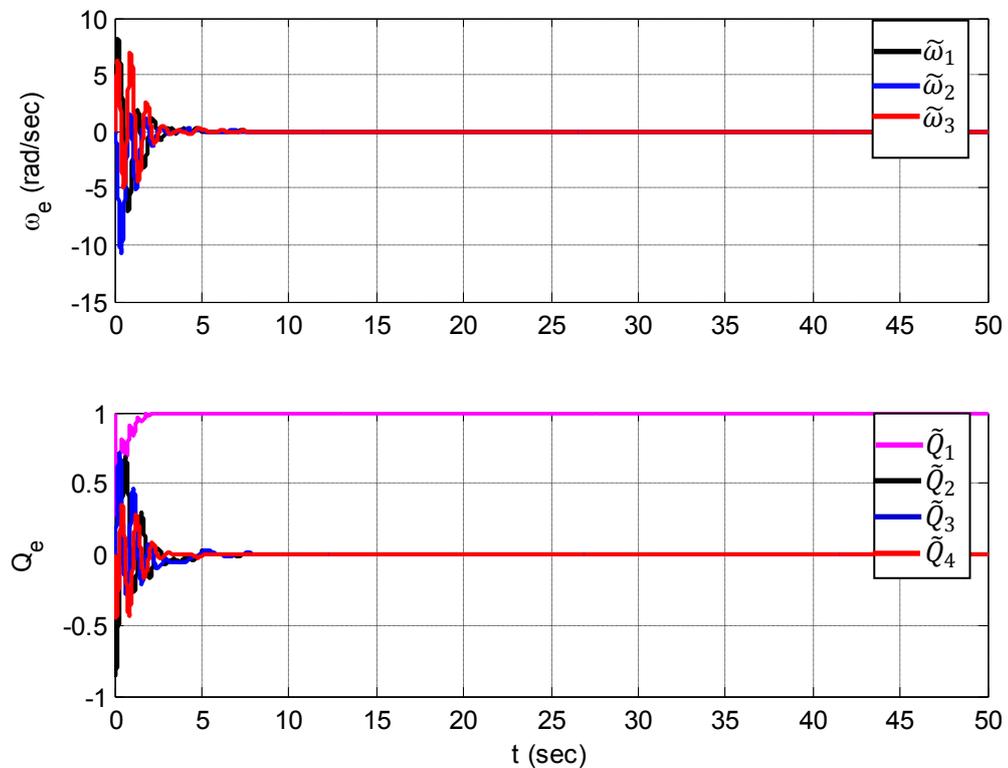
**Figure 4.4 :** Trajectoire 3D actuelle de CUAV (rouge) avec celle désirée (noir)

La Figure 4.5 montre les signaux d'erreur de la position, de la vitesse et de l'accélération apparente. La Figure 4.6 montre les erreurs de la vitesse angulaire et de l'attitude. La convergence vers le point d'équilibre de ces erreurs de poursuite est rapidement atteinte après quelques secondes.

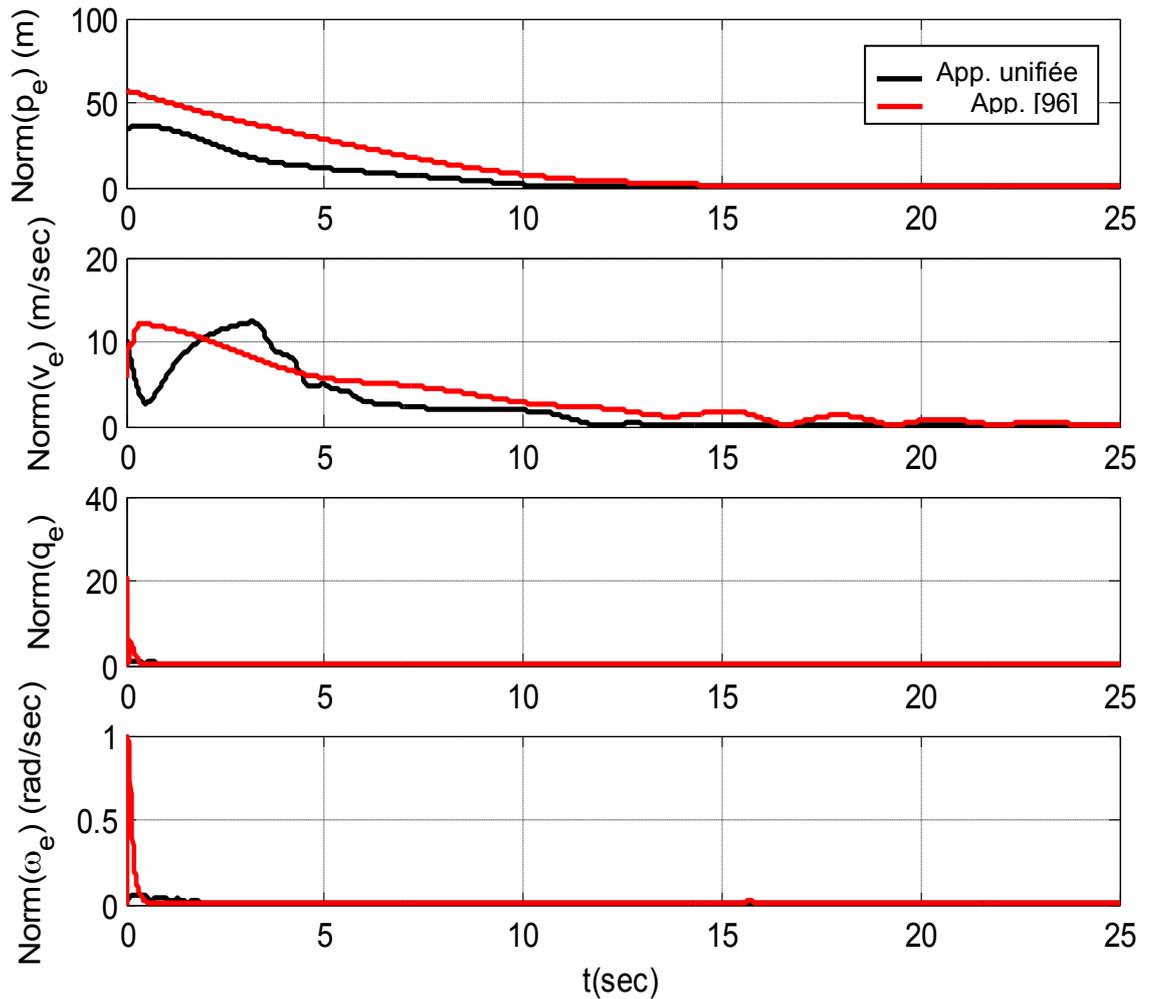
Pour évaluer la qualité d'estimation à l'aide de l'approche proposée, une étude comparative des résultats obtenus par cette approche avec les résultats obtenus par le contrôleur développé dans [96] est représentée par la Figure 4.7. Nous pouvons constater d'après cette figure que les estimations avec l'approche proposée en translation sont meilleures, cela due à l'indépendance de l'entrée intermédiaire du contrôle de toute perturbation contrairement à l'entrée intermédiaire définie dans [96] qui dépend des perturbations. Les entrées du système sont représentées sur la Figure 4.8. Il est important de remarquer que le contrôle exige une poussée positive qui n'est jamais disparue.



**Figure 4.5 :** Signaux d'erreur des paramètres de la dynamique de translation en croisière



**Figure 4.6 :** Signaux d'erreur des paramètres de la dynamique de rotation en croisière



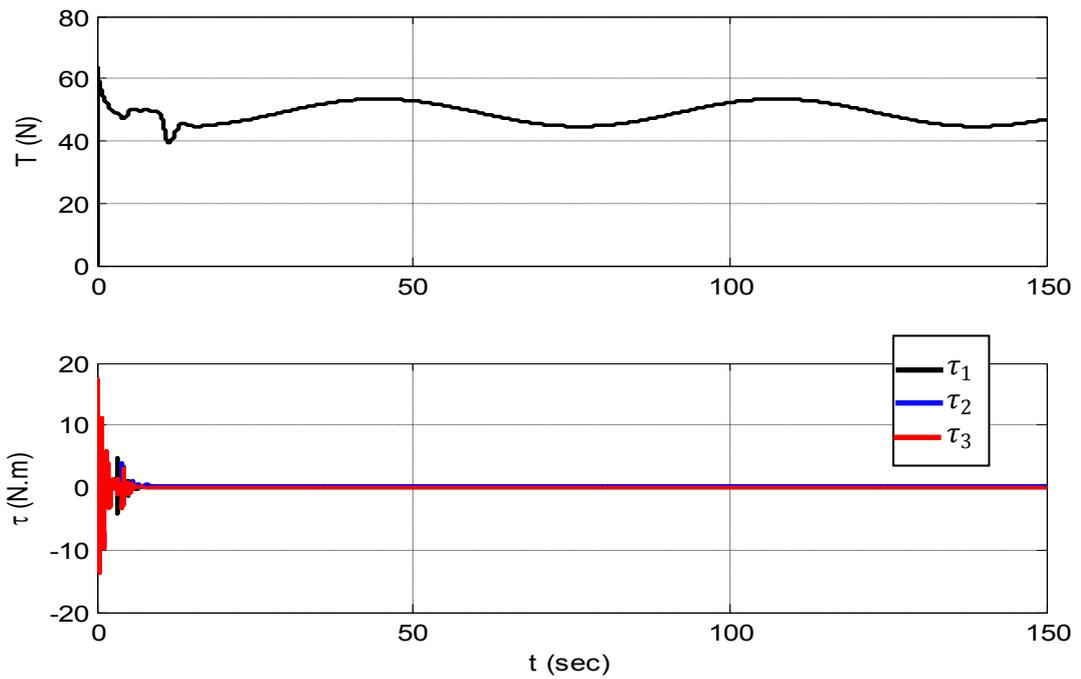
**Figure 4.7 :** Comparaison des signaux d'erreur de l'approche proposée avec ceux du contrôleur [96]

#### **4.4.2. Simulation 2 : Du vol stationnaire au vol d'avancement**

L'objectif du contrôle ici est de suivre la trajectoire de référence désirée suivante :

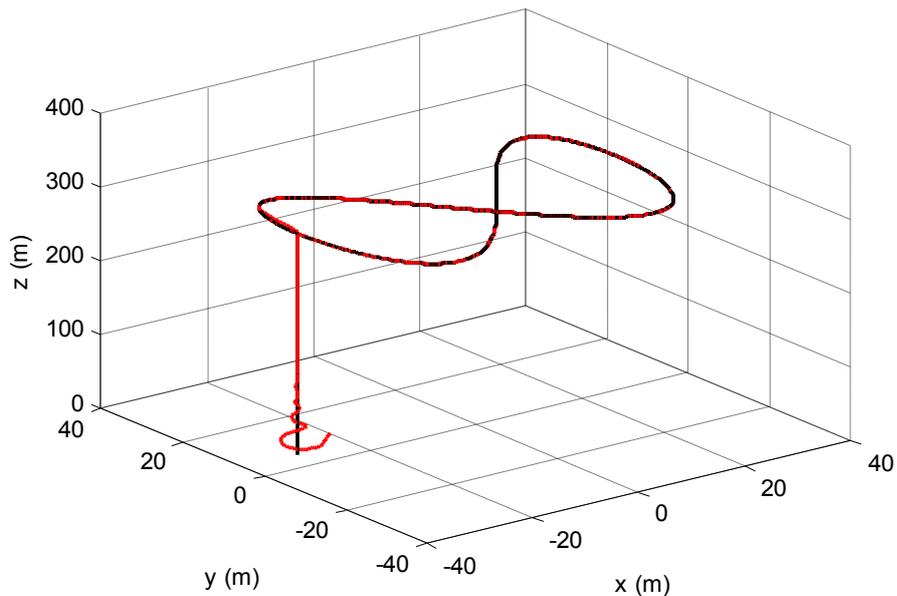
$$r = \begin{cases} [-30; 5; 10] & 0 \leq t \leq 30, \\ [30\sin(0.1t + \pi); 20\sin(0.2t + \pi); 300] & t > 30. \end{cases} \quad (4.88)$$

La trajectoire est composée d'un décollage vertical et d'un vol stationnaire sur l'intervalle de temps [0-30] (sec) et d'un vol d'avancement pour  $t > 30$  sec. La Figure 4.9 montre l'évolution au cours du temps de la trajectoire 3D du véhicule pendant son vol du sol au croisière. On peut voir que le contrôleur proposé est capable de suivre la trajectoire de référence.

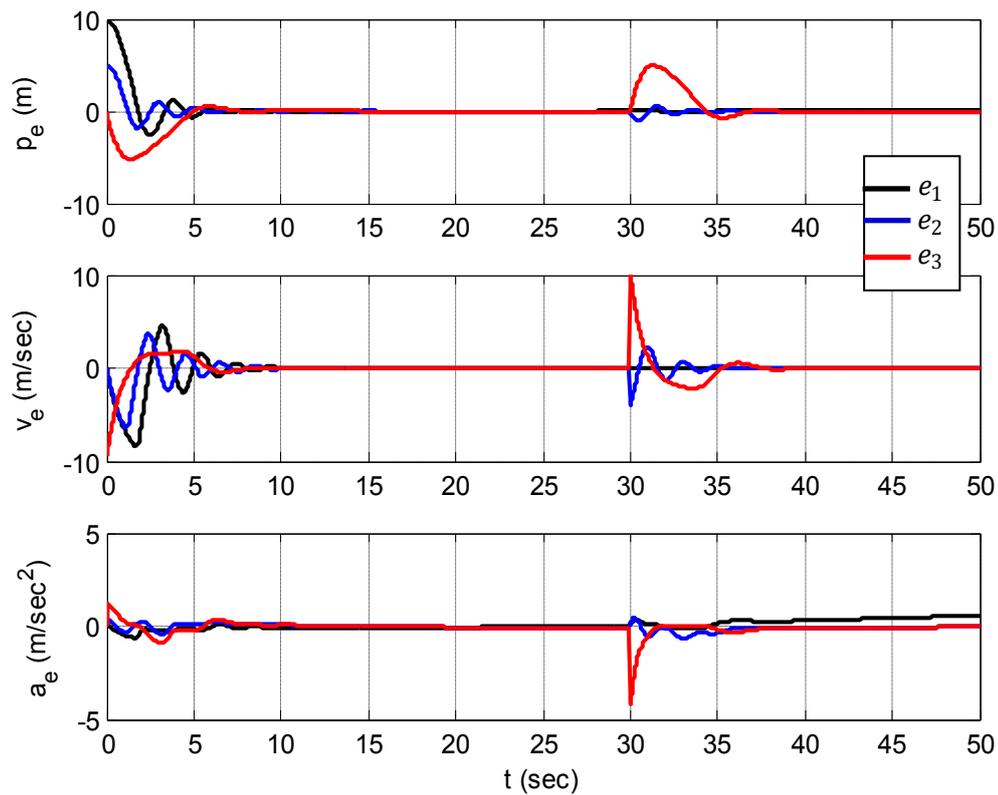


**Figure 4.8 :** Sorties du contrôleur en croisière

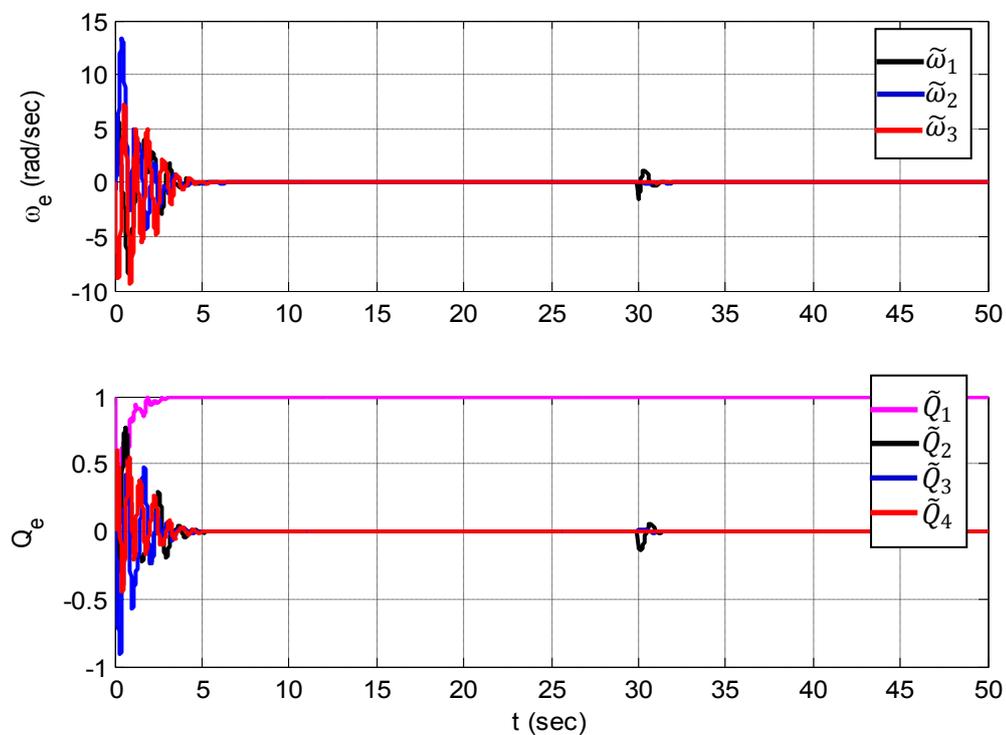
La performance de l'approche proposée est démontrée comme les montrent les Figures 4.10-4.12. Sur l'intervalle de temps [0-30] (sec), toutes les erreurs de poursuite convergent vers le point d'équilibre. À l'instant  $t = 30$  sec quand une *manœuvre de transition* est effectuée, les erreurs de suivi augmentent mais elles tendent rapidement de nouveau vers le point d'équilibre.



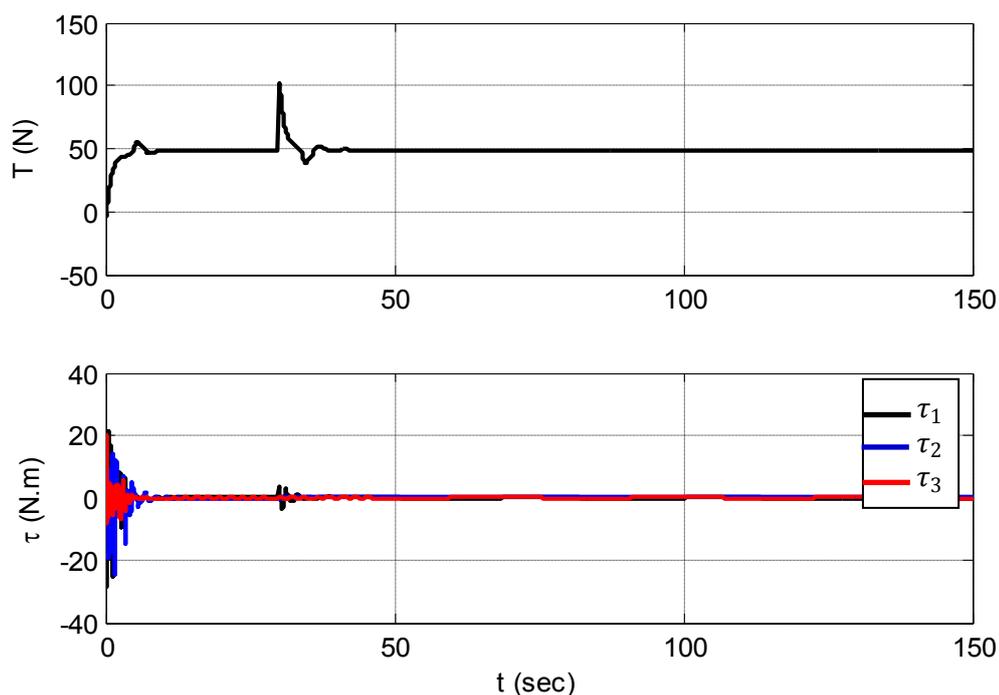
**Figure 4.9 :** Trajectoire 3D actuelle de CUAV (rouge) et trajectoire désirée (noir) en cas de *manœuvre de transition*



**Figure 4.10 :** Signaux d'erreur des paramètres de la dynamique de translation en cas de *manœuvre de transition*



**Figure 4.11 :** Signaux d'erreur des paramètres de la dynamique de rotation en cas de *manœuvre de transition*



**Figure 4.12 :** Sorties du contrôleur en cas de *manœuvre de transition*

Il est clairement montré par la Figure 4.11 que les erreurs de la vitesse angulaire et de l'attitude sont très lisses et lors de *manœuvre de transition* elles sont très faibles et donc peu affectées par les fortes variations aérodynamiques. Cela s'explique par le fait que l'attitude et la vitesse angulaire désirées sont extraites directement de l'accélération apparente virtuelle qui est indépendante des perturbations. Les entrées du système qui représentent la poussée et le couple du système sont indiquées par la Figure 4.12. Il apparaît clairement que les signaux obtenus sont acceptables et physiquement réalisables.

## **4.5. Conclusion**

Ce chapitre développe une approche unifiée de contrôle non linéaire pour les CUAV basée sur la fusion de données IMU/GNSS. Les mouvements 3D de translation et de rotation accélérés sont considérés. Le véhicule est soumis à des efforts aérodynamiques et d'autres perturbations externes. Ces dernières perturbations ont été prises en compte par intégration d'un algorithme d'estimation adaptative afin de compenser leurs effets. En outre, un observateur d'attitude non linéaire est intégré pour concevoir une attitude réelle en garantissant le suivi de l'attitude désirée. Pratiquement, l'approche de contrôle proposée n'est pas

compliquée à mettre en œuvre. L'attitude désirée du système est extraite de l'accélération apparente virtuelle qui est supposée indépendante des perturbations externes et donc l'attitude désirée ne sera affectée par aucune perturbation. D'autre part, les entrées du système, à savoir la poussée et le couple également extraits de l'accélération apparente désirée, dépendent explicitement des perturbations externes y compris les efforts aérodynamiques. L'analyse de Lyapunov est considérée pour stabiliser les paramètres du système telles que la position et l'attitude. Une stabilité asymptotique du système en boucle fermée a été garantie sous certaines hypothèses. Les gains définis dans le contrôleur basé sur l'observateur sont tenus d'avoir de grandes valeurs afin d'obtenir une bonne performance.

# CONCLUSION

Les travaux de recherche entrepris au cours de cette thèse s'articulent principalement autour de l'estimation, de l'observation d'état, de la commande non linéaire basée sur un observateur et des perturbations.

Deux objectifs principaux sont présentés dans ce mémoire. Le premier objectif concerne l'estimation de l'attitude d'un corps rigide en mouvement 3D accéléré. Des solutions efficaces ont été proposées tenant compte de l'impact de variations des accélérations linéaires sur l'estimation de l'attitude. Le second objectif concerne l'amélioration des performances de vol des drones convertibles CUAV soumis à des perturbations externes. Une technique de commande par retour d'état a été développée permettant de stabiliser les CUAV le long de trajectoires désirées. Pour les deux objectifs, une fusion de données de capteurs inertiels, magnétique et GPS est utilisée.

De manière générale, toutes les notions introductives en relation avec les problématiques de l'estimation de l'attitude et du contrôle des CUAV sont présentées dans les chapitres 1 et 2. À travers ces deux chapitres, le choix des outils utilisés dans ce travail est justifié. La présentation des différentes classes des véhicules aériens et leurs caractéristiques dans le chapitre 1 nous a permis de sélectionner le CUAV comme véhicule le plus approprié pour assurer des vols combinant les avantages des vols horizontal et vertical. De même, les paramétrisations de l'attitude discutées dans le même chapitre nous ont permis de sélectionner le quaternion comme représentation de l'attitude. Dans le chapitre 2, les différentes méthodes d'observation permettant l'estimation du vecteur d'état sont présentées et les observateurs à grand gain sont raisonnablement choisis pour l'estimation de l'attitude. Le chapitre 1 est complété par la présentation des capteurs nécessaires pour la détermination de l'attitude et pour la poursuite des trajectoires de référence des CUAV, à savoir les accéléromètres, les gyroscopes, les magnétomètres et le GPS. Ce chapitre s'achève par un état de l'art sur les

différentes approches développées dans la littérature pour le contrôle des drones en général.

Les chapitres 3 et 4 contiennent nos principales contributions théoriques. Dans chacun de ces chapitres, un état de l'art est discuté pour situer nos propres techniques par rapport à ce qui existe dans la littérature. Tenant compte du premier objectif, deux observateurs d'attitude non linéaires ont été proposés dans le chapitre 3. Les motivations de ce travail consistent dans le fait que les observateurs d'attitude existants n'offrent pas la possibilité d'estimer l'accélération apparente dans le repère inertiel et l'ont supposée déduite directement de la vitesse GPS. Seul l'observateur développé dans [3] a considéré l'estimation de l'accélération apparente à l'aide d'une dynamique appropriée mais les résultats sont très affectés par des bruits élevés. Les deux observateurs proposés ont été validés avec des simulations numériques réalisées sous Matlab. Une étude comparative avec deux autres observateurs, de même nature développés récemment, a montré que les approches proposées minimisent bien l'effet de l'accélération linéaire sur la qualité d'estimation de l'attitude. Les deux observateurs sont de forme simple et n'exigent pas trop de calcul.

S'agissant du second objectif, une approche unifiée a été développée dans le chapitre 4 pour contrôler les vols des CUAV à poussée fixée au corps soumis à des perturbations. Pour ce type de véhicules, des changements importants de l'orientation du véhicule et des effets aérodynamiques sont requis lors des *manœuvres de transition*. L'approche proposée prend en compte de toutes les perturbations pouvant affecter le contrôle du véhicule. Les effets aérodynamiques sont présentés par un modèle réaliste montré sur un profil NACA classique. La motivation de ce travail réside dans le fait que dans les approches unifiées existantes, les perturbations dues au couplage entre la dynamique de translation et la dynamique de rotation ainsi que d'autres perturbations incluant les effets environnementaux non stationnaires sont négligées. L'approche de contrôle unifié proposée dans ce travail prend en compte de ces perturbations en intégrant un algorithme d'estimation adaptative afin de limiter leurs effets. De plus, comme l'attitude réelle n'est plus disponible, un observateur est utilisé pour l'estimer. L'attitude désirée, souvent supposée donnée dans la littérature, est cette fois-ci extraite d'une entrée intermédiaire virtuelle indépendante de toute perturbation.

L'analyse de Lyapunov est utilisée pour garantir la stabilité asymptotique du système en boucle fermée durant le vol complet.

Ce travail pourrait donner lieu à des études complémentaires. Nous citons quelques extensions et perspectives qui nous semblent être des pistes de recherche à approfondir :

- Les dérives gyroscopiques conduisent à des mauvaises estimations à long terme. Il devient nécessaire de concevoir une méthode de fusion capable de reconstruire le quaternion sans avoir recours aux gyroscopes.
- Pour des drones évoluant dans des endroits encombrés, la solution GPS n'est pas favorisée à cause des multi-trajets ou de longue absence de réception GPS. Il est nécessaire de tenir compte d'autres types de mesures complémentaires durant l'absence du signal GPS afin d'améliorer les estimations.
- Les perturbations dans ce travail sont supposées bornées, ce qui n'est pas valable dans le cas d'une forte variation du vent. Il suffit d'étendre l'étude de robustesse vers des contraintes plus fortes.
- Les effets aérodynamiques sont très complexes et quasiment impossible de les capturer tous en cas des configurations de vol plus agressif. Des progrès significatifs peuvent encore être réalisés. Il suffit de mieux comprendre ces effets et de construire d'autres modèles mathématiques spécifiques pour chaque type de véhicules CUAV.
- Tous les développements réalisés dans cette thèse ont été illustrés par des simulations numériques. Il serait intéressant de valider les résultats sur des prototypes réels.

# APPENDICES

---

## Sommaire

---

|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| <b>A.</b> | <b>Stabilité au sens de Lyapunov</b>   | <b>118</b> |
| A.1.      | Définitions liées à la notion de stabilité de Lyapunov                                       | 118        |
| A.2.      | Méthode directe de Lyapunov  | 120        |
| <b>B.</b> | <b>Expressions utilisées dans la conception du contrôleur de CUAV</b>                        | <b>123</b> |
| B.1.      | Dérivée de la fonction tangente hyperbolique d'un vecteur                                    | 123        |
| B.2.      | Dérivée de la vitesse angulaire désirée $\omega_d$   | 123        |
| B.3.      | Expressions des erreurs de la force aérodynamique $\tilde{F}_{ae}$ et $\dot{\tilde{F}}_{ae}$ | 124        |
| <b>C.</b> | <b>LISTE DES SYMBOLES ET NOTATIONS MATHÉMATIQUES</b>   | <b>127</b> |
| <b>D.</b> | <b>LISTE DES ABRÉVIATIONS</b>  | <b>128</b> |

---

# APPENDICE A

## STABILITE AU SENS DE LYAPUNOV

---

### A.1 Définitions liées à la notion de stabilité de Lyapunov

La théorie de la stabilité joue un rôle important en théorie des systèmes dynamiques. Différents types de problèmes de stabilité peuvent être rencontrés dans l'étude des systèmes dynamiques. Nous entendons par stabilité du système, la stabilité des points d'équilibre. Si un système est dans un état d'équilibre, il restera dans cet état quand le temps varie. La stabilité d'un point d'équilibre est généralement étudiée à l'aide du concept de stabilité au sens de Lyapunov. La définition de cette stabilité consiste en l'étude des trajectoires du système quand l'état initial est près d'un état d'équilibre.

Considérons un système continu et non-linéaire représenté par :

$$\dot{x} = f(x), \tag{A.1}$$

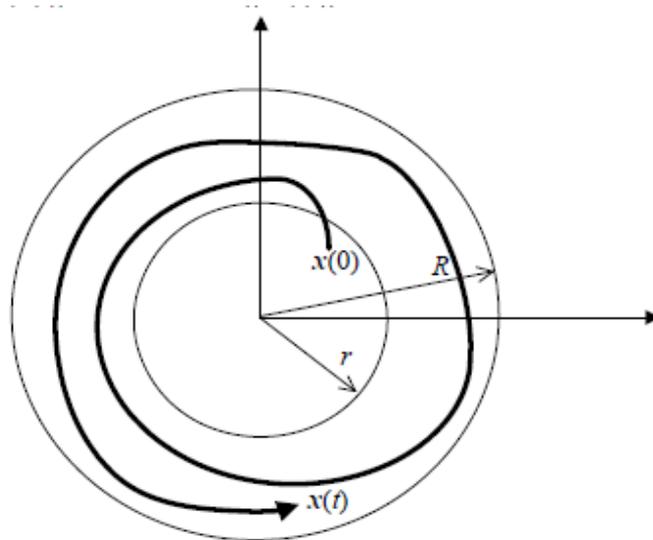
où  $x \in \mathcal{R}^n$  est le vecteur d'état et  $f : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^n$  est une fonction continue. Nous allons donner les définitions ci-dessous liées à la notion de stabilité de Lyapunov.

**Définition A.1** *Un point  $x_e$  est un **point d'équilibre**, ou un point **singulier** du système (A.1), si  $f(x_e) = 0$ .*

On supposera un point d'équilibre  $x_e = 0$ . Si  $x_e$  est différent de 0, il peut être ramené à 0 par la translation  $x - x_e \rightarrow x$ .

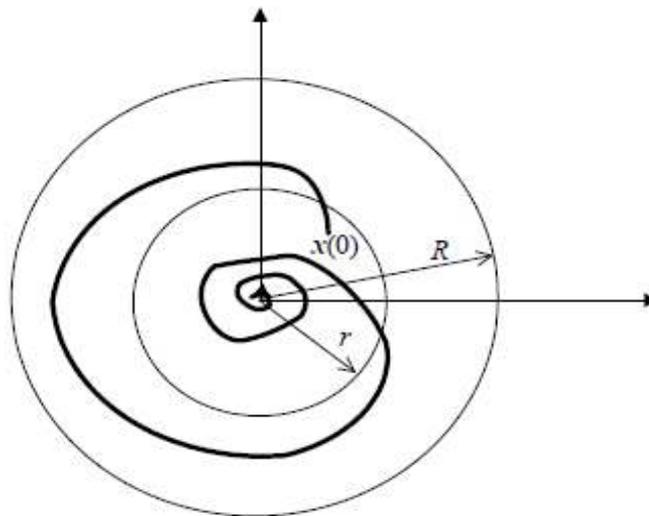
**Définition A.2** *Le point d'équilibre  $x_e = 0$  est **stable** si  $\forall R > 0, \exists r > 0$  | si  $\|x(0)\| < r$  alors,  $\|x(t)\| < R \forall t \geq 0$ .*

**Définition A.3** *Le point d'équilibre  $x_e = 0$  est **instable** lorsque il n'est pas stable au sens de la définition A.2.*



**Figure A.1** : Illustration de la stabilité

**Définition A.4** Le point d'équilibre  $x_e = 0$  est **asymptotiquement stable** s'il est stable et si  $\exists r > 0$  | si  $\|x(0)\| < r$ , alors  $\|x(t)\| \rightarrow 0$  lorsque  $t \rightarrow \infty$ .



**Figure A.2** : Stabilité asymptotique

**Définition A.5** Le point d'équilibre  $x_e = 0$  est **marginalelement stable** s'il est stable sans être asymptotiquement stable.

**Définition A.6** Le point d'équilibre  $x_e = 0$  est **localement stable** si  $\exists r > 0$  |  $\forall x(0) \in B_r$  (boule de rayon  $r$ ) il existe une fonction  $\alpha \in K$  telle que :

$$\|x(t)\| \leq \alpha(\|x(t_0)\|) \quad \forall t \geq t_0 \geq 0. \quad (\text{A.2})$$

**Définition A.7** Le point d'équilibre  $x_e = 0$  est **globalement stable** si l'inégalité (A.2) est vérifiée  $\forall x(0) \in \mathcal{R}^n$ .

**Définition A.8** Le point d'équilibre  $x_e = 0$  est **localement asymptotiquement stable** si  $\exists r > 0 \mid \forall x(0) \in B_r$  il existe une fonction  $\beta \in \text{KL}$  telle que :

$$\|x(t)\| \leq \beta(\|x(t_0)\|, t - t_0) \quad \forall t \geq t_0 \geq 0. \quad (\text{A.3})$$

**Définition A.9** Le point d'équilibre  $x_e = 0$  est **globalement asymptotiquement stable** si l'inégalité (A.3) est vérifiée  $\forall x(0) \in \mathcal{R}^n$ .

**Définition A.10** Le point d'équilibre  $x_e = 0$  est **(localement) exponentiellement stable** s'il est (localement) asymptotiquement stable et (A.3) vérifie :

$$\beta(r, s) = kre^{-\gamma s}, k > 0, r > 0, \gamma > 0. \quad (\text{A.4})$$

Et il est **globalement exponentiellement stable** si (A.3) et (A.4) sont vérifiés  $\forall x(0) \in \mathcal{R}^n$ .

**Définition A.11** Le point d'équilibre  $x_e = 0$  est **uniformément stable** si  $\exists r > 0 \mid \forall x(0) \in B_r$  il existe une fonction  $\alpha \in \text{K}$  indépendante de  $t_0$  telle que :

$$\|x(t)\| \leq \alpha(\|x(t_0)\|). \quad (\text{A.5})$$

Et il est **globalement uniformément stable** si l'inégalité (A.5) est vérifiée  $\forall x(0) \in \mathcal{R}^n$ .

La définition qui suit complète les notions ci-dessus.

**Définition A.12**

- Une fonction continue  $f : [0, a) \rightarrow [0, \infty)$  est dite de classe K si elle est strictement croissante et si  $f(0) = 0$ .
- Une fonction continue  $f : \mathcal{R}^+ \rightarrow \mathcal{R}^+$  est dite de classe L si elle est décroissante et si elle tend vers zéro lorsque son argument tend vers l'infini.
- Une fonction continue  $f : [0, a) \times [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$  est dite fonction de classe KL si  $f(\cdot, t) \in \text{K}$  pour tout  $t \in \mathcal{R}^+$  et  $f(s, \cdot) \in \text{L}$  pour tout  $s \in \mathcal{R}^+$ .

## **A.2. Méthode directe de Lyapunov**

La méthode directe de Lyapunov, dite aussi 2<sup>ième</sup> méthode de Lyapunov, consiste à étudier la stabilité du système sans avoir recours à la solution explicite des équations différentielles non linéaires. En effet, la procédure de base est de générer une fonction "de type énergie" dite fonction candidate de Lyapunov pour le système dynamique et d'en examiner la dérivée temporelle le long d'une

trajectoire. Physiquement, cela revient à dire que si l'énergie totale d'un système est dissipée de manière continue alors le système, qu'il soit linéaire ou non linéaire, devra rejoindre finalement un point d'équilibre. En d'autre terme, le système est stable si son énergie diminue et elle est minimum à l'équilibre.

Donnons d'abord la définition suivante :

**Définition A.13** Soit  $V : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$  une fonction continue telle que  $V(0) = 0$ .

- On dit que la fonction  $V$  est définie positive si  $V(x) > 0$  pour tout  $x \neq 0$ .
- On dit que la fonction  $V$  est semi-définie positive si  $V(x) \geq 0$  pour tout  $x \in B_\rho$  et  $\rho > 0$ .
- La fonction  $V$  est dite définie négative (resp. semi-définie négative) si  $-V$  est une fonction définie positive (resp. semi-définie positive).
- On appelle dérivée temporelle le long de la trajectoire, la fonction  $\dot{V}$  définie par :

$$\dot{V}(t) = \frac{d}{dt}(V \circ x)(t) = \langle \nabla V(x), \frac{dx}{dt} \rangle = \langle \nabla V(x), f(x) \rangle. \quad (\text{A.6})$$

D'où les théorèmes de stabilité de Lyapunov ci-dessous.

**Théorème A.1** Soit  $x_e = 0$  un point d'équilibre du système (A.1) et soit le domaine  $D \subset \mathcal{R}^n$  contenant  $x_e$ . Soit la fonction  $V : D \rightarrow \mathcal{R}$  de classe  $C^1$  (c-à-d continûment différentiable).

Le point d'équilibre  $x_e = 0$  est **stable** si :

$$\begin{aligned} V(0) = 0, \quad V(x) > 0 \text{ dans } D \text{ (c-à-d définie positive), et} \\ \dot{V}(x) \leq 0 \text{ dans } D \text{ (c-à-d semi-définie négative)} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Si

$$\dot{V}(x) < 0 \text{ dans } D - \{0\} \text{ (c-à-d définie négative)} \quad (\text{A.8})$$

alors le point d'équilibre  $x_e = 0$  est **asymptotiquement stable**.

Il est à noter que pour montrer la stabilité asymptotique du point d'équilibre  $x_e = 0$ , il suffit de prouver que  $\dot{V}(x) < 0$  dans  $D - \{0\}$ . Néanmoins, il existe d'autres théorèmes qui ont montré la stabilité asymptotique quand  $\dot{V}(x) \leq 0$ . Parmi ces théorèmes, nous parlons du Lemme de *Barbalat* qui est employé pour prouver la stabilité asymptotique des systèmes non autonomes.

**Théorème A.2** (Lemme de *Barbalat*) Soit  $w(t) = \dot{V}(t)$  une fonction uniformément continue. Si la limite de  $V(t)$  lorsque  $t \rightarrow \infty$  existe et est finie, alors :

$$w(t) \rightarrow 0 \text{ lorsque } t \rightarrow \infty. \quad (\text{A.9})$$

## APPENDICE B

### EXPRESSIONS UTILISEES DANS LA CONCEPTION DU CONTROLEUR DE CUAV

---

#### **B.1. Dérivée de la fonction tangente hyperbolique d'un vecteur**

Soit la fonction  $\tanh(x)$  pour le vecteur  $x = (x_1, x_2, x_3)^T$ . La première dérivée de  $\tanh(x)$  est définie par la fonction  $\phi(x)$  donnée comme suit :

$$\phi(x) = \text{diag} \begin{pmatrix} (1 - \tanh^2(x_1)) \\ (1 - \tanh^2(x_2)) \\ (1 - \tanh^2(x_3)) \end{pmatrix}. \quad (\text{B.1})$$

La deuxième dérivée de  $\tanh(x)$  est définie par la fonction  $\psi(x, \dot{x})$  ci-dessous :

$$\psi(x, \dot{x}) = \text{diag} \begin{pmatrix} -2\tanh(x_1)(1 - \tanh^2(x_1))\dot{x}_1 \\ -2\tanh(x_2)(1 - \tanh^2(x_2))\dot{x}_2 \\ -2\tanh(x_3)(1 - \tanh^2(x_3))\dot{x}_3 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.2})$$

#### **B.2. Dérivée de la vitesse angulaire désirée $\omega_d$**

Soit  $\omega_d$  la vitesse angulaire désirée donnée par l'équation (4.35) du paragraphe 4.3.3 (voir chapitre 4) et réécrite comme suit :

$$\omega_d = A(a_d)\dot{a}_d. \quad (\text{B.3})$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{\omega}_d = \frac{dA(a_d)}{dt} \dot{a}_d + A(a_d)\ddot{a}_d \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{dA(a_d)}{dt} = \mathcal{L}(a_d, \dot{a}_d)A(a_d) + \frac{1}{b\|a_d\|^2} B(a_d)C(\dot{a}_d) \quad (\text{B.5})$$

En substituant les équations (B.3) et (B.5) dans l'équation (B.4), on obtient :

$$\dot{\omega}_d = \mathcal{L}(a_d, \dot{a}_d)\omega_d + \frac{1}{b\|a_d\|^2} B(a_d)C(\dot{a}_d)\dot{a}_d + A(a_d)\ddot{a}_d \quad (\text{B.6})$$

où

$$\mathcal{L}(a_d, \dot{a}_d) = \frac{-c}{b\|a_d\|^2} \left[ a_d - \frac{\|a_d\|^2}{c} e_3 \right]^T \dot{a}_d,$$

$$c = \|a_d\| + 2b, \quad b = \|a_d\| - a_{d3},$$

$B(a_d) \in \mathcal{R}^{3 \times 9}$  et  $C(\dot{a}_d) \in \mathcal{R}^{9 \times 3}$  sont donnés comme suit :

$$B(a_d) = [B_1(a_d), B_2(a_d), B_3(a_d)]$$

avec

$$B_1(a_d) = \begin{bmatrix} -a_{d2} & -a_{d1} & 0 \\ a_{d1} \left(1 - \frac{b}{\|a_d\|}\right) & -a_{d2} \left(1 + \frac{b}{\|a_d\|}\right) & \|a_d\| - a_{d3} \left(\frac{b}{\|a_d\|} + 1\right) \\ \frac{a_{d1}a_{d2}}{\|a_d\|} & \|a_d\| + \frac{a_{d2}^2}{\|a_d\|} & \frac{a_{d2}a_{d3}}{\|a_d\|} \end{bmatrix}$$

$$B_2(a_d) = \begin{bmatrix} a_{d1} \left(1 + \frac{b}{\|a_d\|}\right) & -a_{d2} \left(1 - \frac{b}{\|a_d\|}\right) & a_{d3} \left(1 + \frac{b}{\|a_d\|}\right) - \|a_d\| \\ a_{d2} & a_{d1} & 0 \\ -\left(\|a_d\| + \frac{a_{d1}^2}{\|a_d\|}\right) & \frac{-a_{d1}a_{d2}}{\|a_d\|} & \frac{-a_{d1}a_{d3}}{\|a_d\|} \end{bmatrix}$$

$$B_3(a_d) = \begin{bmatrix} \frac{a_{d1}a_{d2}}{\|a_d\|} & b + \frac{a_{d2}^2}{\|a_d\|} & -a_{d2} \left(1 - \frac{a_{d3}}{\|a_d\|}\right) \\ -\left(b + \frac{a_{d1}^2}{\|a_d\|}\right) & \frac{-a_{d1}a_{d2}}{\|a_d\|} & a_{d1} \left(1 - \frac{a_{d3}}{\|a_d\|}\right) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

et

$$C(\dot{a}_d) = \begin{bmatrix} \dot{a}_d & 0_{31} & 0_{31} \\ 0_{31} & \dot{a}_d & 0_{31} \\ 0_{31} & 0_{31} & \dot{a}_d \end{bmatrix}$$

$0_{31}$  est un vecteur colonne contenant des zéros.

### **B.3. Expressions des erreurs de la force aérodynamique**

#### **$\tilde{F}_{ae}$ et $\dot{\tilde{F}}_{ae}$**

Soit  $\tilde{F}_{ae}$  désigne l'erreur de la force aérodynamique donnée par :

$$\tilde{F}_{ae} = F_{ae} - F_{aed}, \quad (\text{B.7})$$

où

$$F_{ae} = k_a \|v_a\| [c_1(\sin(2\alpha)S(r_a) - \cos(2\alpha)I_{3\times 3}) - c_2 I_{3\times 3}] v_a, \quad (\text{B.8})$$

$$F_{aed} = k_a \|v_{ad}\| [c_1(\sin(2\alpha_d)S(r_{ad}) - \cos(2\alpha_d)I_{3\times 3}) - c_2 I_{3\times 3}] v_{ad}, \quad (\text{B.9})$$

avec

$$v_a = v - v_w, \quad v_{ad} = \dot{r} - v_w, \quad (\text{B.10})$$

$$\alpha = \text{acos}\left(\frac{-v_{a3}}{\|v_a\|}\right), \quad \alpha_d = \text{acos}\left(\frac{-v_{ad3}}{\|v_{ad}\|}\right), \quad (\text{B.11})$$

$$r_a = [-\sin(\beta) \quad \cos(\beta) \quad 0]^T, \quad (\text{B.12})$$

$$r_{ad} = [-\sin(\beta_d) \quad \cos(\beta_d) \quad 0]^T, \quad (\text{B.13})$$

$$\beta = \text{atan2}(v_{a2}, v_{a1}), \quad \beta_d = \text{atan2}(v_{ad2}, v_{ad1}). \quad (\text{B.14})$$

En substituant les équations (B.8) et (B.9) dans l'équation (B.7), on obtient :

$$\tilde{F}_{ae} = k_a [\tilde{C}_L - \tilde{C}_D - \tilde{C}_2](\dot{r} + \tilde{v} - v_w) + k_a \|v_{ad}\| F_d \tilde{v}, \quad (\text{B.15})$$

avec

$$\tilde{C}_L = c_1 [\|v_a\| \sin(2\alpha) S(r_a) - \|v_{ad}\| \sin(2\alpha_d) S(r_{ad})], \quad (\text{B.16})$$

$$\tilde{C}_D = c_1 [\|v_a\| \cos(2\alpha) - \|v_{ad}\| \cos(2\alpha_d)] I_{3\times 3}, \quad (\text{B.17})$$

$$\tilde{C}_2 = c_2 [\|v_a\| - \|v_{ad}\|] I_{3\times 3}, \quad (\text{B.18})$$

$$F_d = [c_1(\sin(2\alpha_d)S(r_{ad}) - \cos(2\alpha_d)I_{3\times 3}) - c_2 I_{3\times 3}]. \quad (\text{B.19})$$

En dérivant l'équation (B.15), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{F}}_{ae} = & k_a [\dot{\tilde{C}}_L - \dot{\tilde{C}}_D - \dot{\tilde{C}}_2](\dot{r} + \tilde{v} - v_w) + k_a [\tilde{C}_L - \tilde{C}_D - \tilde{C}_2](\dot{r} + \dot{\tilde{v}}) \\ & + k_a \|\dot{v}_{ad}\| F_d \tilde{v} + k_a \|v_{ad}\| \dot{F}_d \tilde{v} + k_a \|v_{ad}\| F_d \dot{\tilde{v}}, \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

où

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{C}}_L = & c_1 [\|\dot{v}_a\| \sin(2\alpha) S(r_a) + 2\|v_a\| \cos(2\alpha) \dot{\alpha} S(r_a) + \|v_a\| \sin(2\alpha) S(\dot{r}_a) - \\ & \|\dot{v}_{ad}\| \sin(2\alpha_d) S(r_{ad}) - 2\|v_{ad}\| \cos(2\alpha_d) \dot{\alpha}_d S(r_{ad}) - \|v_{ad}\| \sin(2\alpha_d) S(\dot{r}_{ad})] \end{aligned}$$

$$\dot{\tilde{C}}_D =$$

$$c_1 [\|\dot{v}_a\| \cos(2\alpha) - 2\|v_a\| \sin(2\alpha) \dot{\alpha} - \|\dot{v}_{ad}\| \cos(2\alpha_d) + 2\|v_{ad}\| \sin(2\alpha_d) \dot{\alpha}_d] I_{3\times 3}$$

$$\dot{\tilde{C}}_2 = c_2 [\|\dot{v}_a\| - \|\dot{v}_{ad}\|] I_{3\times 3}$$

$$\|\dot{v}_a\| = \frac{v_a^T \dot{v}_a}{\|v_a\|}, \quad \|\dot{v}_{ad}\| = \frac{v_{ad}^T \dot{v}_{ad}}{\|v_{ad}\|}$$

$$\dot{F}_d = 2c_1 \cos(2\alpha_d) \dot{\alpha}_d S(r_{ad}) + c_1 \sin(2\alpha_d) S(\dot{r}_{ad}) + 2c_1 \sin(2\alpha_d) \dot{\alpha}_d I_{3 \times 3}$$

$$\dot{r}_a = [-\cos(\beta) \dot{\beta} \quad -\sin(\beta) \dot{\beta} \quad 0]^T$$

$$\dot{r}_{ad} = [-\cos(\beta_d) \dot{\beta}_d \quad -\sin(\beta_d) \dot{\beta}_d \quad 0]^T$$

et  $\dot{\alpha}$ ,  $\dot{\alpha}_d$ ,  $\dot{\beta}$  et  $\dot{\beta}_d$  sont obtenus en dérivant les équations (B.11) et (B.14) respectivement.

## APPENDICE C

### LISTE DES SYMBOLES ET NOTATIONS MATHÉMATIQUES

---

|                      |   |
|----------------------|---|
| $C_D, C_L$           | : Coefficients de traînée et de portance                                  |
| $F_{ae}$             | : Force aérodynamique   |
| $I_{3 \times 3}$     | : Matrice d'identité  |
| $J$                  | : Matrice d'inertie   |
| $Q, q$               | : Quaternion et partie vectorielle du quaternion                          |
| $R$                  | : Matrice de rotation   |
| $S(.)$               | : Matrice antisymétrique  |
| $T$                  | : Force de poussée  |
| $a, a_b$             | : Accélérations apparentes dans le repère inertiel et le repère mobile    |
| $(b)$                | : Repère mobile   |
| $det(.)$             | : Déterminant d'une matrice   |
| $g$                  | : Accélération de la gravité  |
| $(i)$                | : Repère inertiel   |
| $m$                  | : Masse du véhicule   |
| $m_b, m_i$           | : Vecteurs champs magnétiques dans le repère mobile et le repère inertiel |
| $p, r$               | : Position réelle et position de référence                                |
| $sign(.)$            | : Fonction signe  |
| $v, v_a$             | : Vitesse linéaire et vitesse-air   |
| $v_w$                | : Vitesse du vent   |
| $x, y$               | : Vecteur d'état et vecteur de sortie du système                          |
| $\Sigma_T, \Sigma_R$ | : Termes adaptatifs dans les forces et les couples des perturbations      |
| $\alpha$             | : Angle d'attaque   |
| $\beta$              | : Angle de dérapage   |
| $\omega$             | : Vitesse angulaire   |
| $\phi, \theta, \psi$ | : Angles d'Euler : Roulis, Tangage, Lacet                                 |
| $\sigma$             | : Terme de correction dans la vitesse angulaire                           |
| $\eta$               | : Partie scalaire du quaternion   |
| $\tau$               | : Couple du système   |
| $\tau_{ae}$          | : Couple aérodynamique  |
| $\ .\ $              | : Norme d'un vecteur  |
| $\odot$              | : Produit de quaternion   |

## APPENDICE D

### LISTE DES ABBREVIATIONS

---

|         |  |
|---------|--|
| ABAS    | : Aircraft Based Augmentation System                             |
| AEKF    | : Additif Extended Kalman Filter                                 |
| CUAV    | : Convertible Unmanned Aerial Vehicle                            |
| DGPS    | : Differential Global Positioning System                         |
| EKF     | : Extended Kalman Filter   |
| ESOQ    | : ESTimator of Optimal Quaternion                                |
| FOAM    | : Fast Optimal Attitude Matrix                                   |
| FOG     | : Fiber Optic Gyroscopes   |
| GBAS    | : Ground Based Augmentation System                               |
| GNSS    | : Global Navigation Satellite System                             |
| GPS     | : Global Positioning System                                      |
| HALE    | : Haute Altitude Longue Endurance                                |
| IMU     | : Inertial Measurement Unit                                      |
| istar   | : Intelligente, Surveillance, TArget Acquisition and Recognition |
| LCF     | : Lyapunov Candidate Function                                    |
| LQG     | : Linear Quadratic Gaussian                                      |
| LQR     | : Linear Quadratic Regulator                                     |
| MALE    | : Moyenne Altitude Longue Endurance                              |
| MEKF    | : Multiplicatif Extended Kalman Filter                           |
| MEMS    | : Micro Electro-Mechanical System                                |
| NOTAR   | : NO TAIL Rotor  |
| OBS     | : Observateur  |
| PI      | : Proportionnel Intégral   |
| PID     | : Proportionnel Intégral Dérivé                                  |
| QUEST   | : QUaternion ESTimator   |
| REQUEST | : REcursive QUEST  |
| RLG     | : Ring Laser Gyroscopes  |
| SBAS    | : Satellite Based Augmentation System                            |
| SMC     | : Sliding Mode Control   |
| SVD     | : Singular Value Decomposition                                   |
| TUAV    | : Tactical Unmanned Aerial Vehicle                               |
| UAV     | : Unmanned Aerial Vehicle  |
| VTOL    | : Vertical Take-Off and Landing                                  |

## RÉFÉRENCES

- [1] Hua, M. D., “ Attitude observers for accelerated rigid bodies based on GPS and INS measurements, ” In *Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference Shanghai, P.R. China, December 16-18, (2009)*.
- [2] Roberts, A. et Tayebi, A., “ On the Attitude Estimation of Accelerating Rigid-Bodies Using GPS and IMU Measurements, ” In *50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), Orlando, Florida, December 12-15 (2011)*, pp. 8088–8093.
- [3] Ahmad, I., El Hadri, A. et Benallegue, A., “ Sliding Mode Based Attitude Estimation for Accelerated Aerial Vehicles Using GPS/IMU Measurements, ” In *IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA, May 6-10 (2013)*, Karlsruhe, Germany.
- [4] Carrillo, L., Flores, G., Sanahuja, G. et Lozano, R., “ Quad rotorcraft switching control: An application for the task of path following, ” In *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 22 (2014), no. 4, pp. 1255–1267.
- [5] Casau, P., Cabecinhas, D. et Silvestre, C., “ Hybrid control strategy for the autonomous transition flight of a fixed-wing aircraft, ” In *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, November (2013), vol. 21, no. 6, pp. 2194–2211.
- [6] Martinez, V., Garcia, O., Sanchez, A., Parra, V. et Escador, A., “ Adaptive backstepping control for a convertible UAV, ” In *3rd RED-UAS 2015, Workshop on Research, Education and Development of Unmanned Aerial Systems*, (2015), Cancun, Mexico.
- [7] Pflimlin, J. M., Souères, P. et Hamel, T., “ Hovering flight stabilization in wind gusts for ducted fan UAV, ” In *IEEE Conference on Decision and Control*, (2004), pp. 3491–3496.
- [8] Flores, G. R., “ Design, modeling and control of a convertible mini airplane having four tilting rotors, ” PhD Thesis, , *October (2014)*, Université de Technologie de Compiègne.
- [9] Naldi, R. et Marconi, L., “ Optimal transition maneuvers for a class of v/stol aircraft, ” In *Automatica*, vol. 47 (2011), no. 5, pp. 870–879.
- [10] Pucci, D., “ Towards a unified approach for the control of aerial vehicles, ” PhD dissertation, (2013), Université de Nice-Sophia Antipolis and Sapienza Università di Roma.
- [11] Pucci, D., Hamel, T., Morin, P. et Samson, C., “ Nonlinear control of PVTOL vehicles subjected to drag and lift, ” In *IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, (2011), pp. 6177–6183.

- [12] Cai, Z., de Queiroz, M. S. et Dawson, D. M., " A sufficiently smooth projection operator, " In *IEEE Transactions on Automatic Control*, January (2006), vol. 51 , no. 1, pp. 135–139.
- [13] Hua, M. D., " Contributions to the automatic control of aerial vehicles, " PhD Thesis, December (2009), École doctorale STIC, Université de Nice-Sophia Antipolis.
- [14] Prouty, R. W., " Helicopter Performance, Stability, and Control, " Krieger, (2002).
- [15] Hamel, T. et Mahony, R., " Attitude estimation on  $SO(3)$  based on direct inertial measurements, " In *Proceeding of IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA*, May (2006), pp. 2170–2175.
- [16] McClure, C. L., " Theory of Inertial Guidance, " Prentice-Hall, (1960).
- [17] Ma, Y., Soatto, S., Kosecka, J. et Sastry, S., " An Invitation to 3-D Vision: From Image to Geometric Models, " Springer Verlag. Stengel, R. F.: *Flight dynamics*, Princeton University Press, (2004).
- [18] Trucco, E. et Verri, A., " Introductory Techniques for 3-D Computer Vision, " Prentice-Hall, (1998).
- [19] Diebel, J., " Representing attitude : Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors, " In *Matrix*, vol. 58 (2006), pp. 15–16.
- [20] Phillips, W., Hailey, C. et Gebert, G., " Review of attitude representations used for aircraft kinematics, " In *Journal of Aircraft*, vol. 38 (2001), no. 4, pp. 718–737.
- [21] Shuster, M. D., " A Survey of Attitude Representations, " In *Journal of the Astronautical Sciences*, vol. 41 (1993), no. 4, pp. 439–517.
- [22] Farrell, J. A. et Barth, M., " The Global Positioning System and Inertial Navigation, " New York, USA, McGraw-Hill (1998).
- [23] Crassidis, J. L., Markley, F. L. et Yang, C., " Survey of Nonlinear Attitude Estimation Methods, " In *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, January-February (2007), vol. 30, no. 1, pp. 12–28.
- [24] Martin, P. et Salaun, E., " An invariant observer for earth-velocity-aided attitude heading reference systems, " In *International Federation of Automatic Control IFAC World Congress*, 2008, Seoul, Korea.
- [25] Desbiens, A. L., Asbeck, A. et Cutkosky, M., " Hybrid aerial and scansorial robotics, " In *IEEE Conference On Robotics and Automation*, May 3-8 (2010), Anchorage, Alaska, USA.
- [26] Ghazi, G., " Développement d'une plateforme de simulation et d'un pilote automatique pour les avions d'affaires, " Mémoire de Maîtrise ÈS Sciences Appliquées, Août (2014), Département de Génie Électrique, École Polytechnique de Montréal.
- [27] Lipera, L., Mansur, M., Rotkowitz, M., Patangu, P., Colbourne, J. et Tischler, M., " The micro craft iSTAR micro-air vehicle : Control system design and testing, " In *Proceeding of the 57th Annual Forum of the American Helicopter Society*, Washington DC, USA, (2001), pp. 1–11.
- [28] Castillo, P., Lozano, R. et Dzul, A., " Stabilization of a mini rotorcraft with four rotors, " In *IEEE Control Systems Magazine*, (2005), pp. 45–55.

- [29] Kim, H. J. et Shim, D. H., " A Flight Control System for Aerial Robots : Algorithms and Experiments, " *Control Engineering Practice*, vol. 11 (2003), no. 12, pp. 1389–1400.
- [30] Derafa, L., Fridman, L. et Benallegue, A., " Super twisting control algorithm for the attitude tracking of a four rotors UAV, " In *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349 (2012), no. 2, pp. 685–699.
- [31] Castillo, P., Dzul, A. et Lozano, R., " Stabilization of a mini-rotorcraft having four rotors, " In *Proceedings of the IROS, International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Sendai, Japan, 3 (2004), pp. 2693–2698.
- [32] Tayebi, A. et McGilvray, S., " Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft, " In *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 14 (2006), no. 3, pp. 562–571.
- [33] Drouot, A., " Stratégies de Commande pour la Navigation Autonome d'un Drone Projectile Miniature, " Thèse de Doctorat, (2013a), Université de Lorraine, France.
- [34] Kwakernaak, H. et Sivan, R., " Linear Optimal Control Systems, " John Wiley & Sons, (1972).
- [35] Teel, A. R., Kaiser, O. E. et Murray, R. M., " Uniting local and global controllers for the Caltech ducted fan, " In *American Control Conference, IEEE* (1997), pp. 1539–1543.
- [36] Stone, R. H., " Control architecture for a tail-sitter unmanned air vehicle, " In *5th Asian Control Conference*, (2004), pp. 736–744.
- [37] Bouabdallah, S., Siegwart, R. et Murrieri P., " PID vs. LQ control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor, " In *Proceeding of International Conference on Intelligent Robots and Systems, IEEE* (2004), Japan.
- [38] Rodriguez, Eduardo, W., Ibarra, R., Romero, R., Lara, D., Arredondo, J., Rivera, J. G. et Pégard, C., " Comparison of Controllers for a UAV with Integral Effect and Kalman Estimator: By Bessel Polynomials and LQR, " *Applied Mechanics and Materials*, vol. 436 (2014), pp. 54–60.
- [39] Stein, G. et Athans, M., " The LQG/LTR procedure for multivariable feedback control design, " In *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 32 (1987), no. 2, pp. 105–114.
- [40] Benallegue, A., Belaidi, A. et Mokhtari, A., " Polynomial Linear Quadratic Gaussian and Sliding mode observer for a quadrotor Unmanned Aerial Vehicle, " In *Journal of Robotics and Mechatronics*, vol. 17 (2006), no. 3, pp. 483–495.
- [41] Bendotti, P. et Morris, J. C., " Robust hover control for a model helicopter, " In *IEEE American Control Conference*, (1995), pp. 682–687.
- [42] Mammari, S., " Commande multivariable robuste par les approches LQG/LTR et  $H^\infty$  application à un hélicoptère, " Thèse de Doctorat, (1992), Université de Paris-Sud.
- [43] Zames, G., " Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformations, multiplicative semi-norms, and approximate inverses, " In *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 26 (1981), no. 2, pp. 301–320.

- [44] Takahashi, M. D., " Synthesis and evaluation of an  $H_2$  control law for a hovering helicopter, " In *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 16 (1993), no. 3, pp. 579–584.
- [45] Civita, M. L., Papageorgiou, G., Messner, W. C. et Kanade, T., " Design and flight testing of a gain-scheduled  $H_\infty$  loop shaping controller for wide-envelope flight of a robotic helicopter, " In *IEEE American Control Conference*, (2003), pp. 4195–4200.
- [46] Luo, C. C., Liu, R. F., Yang, C. D. et Chang, Y. H., " Helicopter  $H_\infty$  control design with robust flying quality, " *Aerospace Science and Technology*, vol. 7 (2003), no.2, pp. 159–169.
- [47] Mammar, S. et Duc, G., " Loop shaping  $H_\infty$  design applied to the robust stabilization of an helicopter, " In *IEEE Conference on Control Applications*, (1992), pp. 806–811.
- [48] Postlethwaite, I., Turner, M.C., Ellis, K., Gubbels, A.W., Prempaina, E. et Turkoglu, E., " Design and flight of various  $H_\infty$  controllers for the bell 205 helicopter, " *Control Engineering Practice*, vol. 13 (2005), pp. 383–398.
- [49] Prempaina, E. et Postlethwaite, I., " Static  $H_\infty$  loop shaping control of a fly-bywire helicopter, " In *Automatica*, vol. 41 (2005), no. 9, pp.1517–1528.
- [50] Shamma, J. S., " Analysis and design of gain scheduled control systems, " PhD thesis, (1988), Massachusetts Institute of Technology.
- [51] Hyde, R. A. et Glover, K., " The application of scheduled controllers to a vstol aircraft, " In *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 38 (1993), no. 7, pp. 1021–1039.
- [52] Kadmiry, B. et Driankov, D., " A fuzzy gain-scheduler for the attitude control of an unmanned helicopter, " In *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, September (2004), vol. 12, no. 4, pp. 502–515.
- [53] Lee, C. H. et Myung, J. C., " Gain-scheduled state feedback control design technique for flight vehicles, " In *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 37 (2001), no. 1, pp. 173–182.
- [54] Hauser, J., Meyer, G. et Sastry, S., " Nonlinear control design for slightly non-minimum phase systems : Applications to v/stol aircraft, " In *Automatica*, vol. 28 (1992), no. 4, pp. 651–670.
- [55] Koo T. J. et Sastry, S., " Output tracking control design of a helicopter model based on approximate linearization, " In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control CDC'98*, (1998).
- [56] Voos, H., " Nonlinear control of a quadrotor micro-UAV using feedback-linearization, " In *IEEE International Conference on Mechatronics, ICM* (2009), pp. 1–6.
- [57] Girard, A., " Identification des coefficients aérodynamiques et commande de vol non-linéaire, " Thèse, *Juin* (2007), Département de Génie Électrique, École Polytechnique de Montréal.
- [58] Landry, Mario, " Commande de vol non-linéaire en temps réel d'un drone à voilure fixe, " Texte électronique, (2012), École de technologie supérieure, Montréal.
- [59] Zhang, J., Shen, G. Z. et Yang, L. Y., " Design of flight control system based on inverse dynamics and centre of gravity estimation, " In *Journal of*

- Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, vol. 35 (2009), no. 5, pp. 1315–1319.
- [60] Borra, B., “ Nonlinear UAV Flight Control Using Command Filtered Backstepping, ” Master Thesis, *March* (2012), Faculty of California Polytechnic State University, San Luis Obspo.
- [61] Lungu, Mihai, “ Stabilization and Control of a UAV Flight Attitude Angles using the Backstepping Method, ” *World Academy of Science, Engineering and Technology*, vol. 6 (2012).
- [62] Oland, Espen et Raymond Kristiansen, “ Quaternion-based backstepping control of a fixed-wing unmanned aerial vehicle, ” In *Aerospace Conference, IEEE* (2013), pp. 1–7.
- [63] Mahony, R. et Hamel, T., “ Robust trajectory tracking for a scale model autonomous helicopter, ” In *International Journal of nonlinear Control*, vol. 14 (2004), no. 12, pp. 1035–1059.
- [64] Drouot A., Boutayeb, M. et Richard, E., “ Hierarchical backstepping-based control of a Gun Launched MAV in crosswinds : Theory and experiment, ” *Control Engineering Practice*, vol. 25 (2014), pp. 16–25.
- [65] Kendoul, F., Fantoni, I. et Lozano, R., “ Modeling and Control of a Small Autonomous Aircraft Having Two Tilting Rotors, ” In *IEEE Transactions on Robotics*, *December* (2006), vol. 22, no. 6, pp. 1297–1302.
- [66] Pflimlin, J. M., Hamel, T. et Souères, P., “ Position control of a ducted fan VTOL UAV in crosswind, ” In *International Journal of Control*, vol. 80 (2007), no.5, pp. 666–683.
- [67] Madani, T. et Benallegue, A., “ Sliding mode observer and backstepping control for a quadrotor unmanned aerial vehicles, ” In *Proceeding of American control conference, ACC’07*, NY, USA, (2007), pp. 5887–5892.
- [68] Mahony, R. et Hamel, T., “ Adaptive compensation of aerodynamic effects during takeoff and landing manoeuvres for a scale model autonomous helicopter, ” In *European Journal of Control*, vol. 7 (2001), no. 1, pp.1–15.
- [69] Madani, T. et Benallegue, A., “ Adaptive Control Via Backstepping Technique and Neural Networks of a Quadrotor Helicopter, ” In *IFAC World Congress*, *July* (2008), vol. 17, pp. 6513–6518.
- [70] Cao, Lijia, Shengxiu Zhang, Xiaofeng Li, Yinan Liu et Ying Liu., “ Nonlinear Adaptive Block Backstepping Control Using Command Filter and Neural Networks Approximation, ” In *Information Technology Journal*, vol. 10 (2011), no. 12, pp. 2284–2291.
- [71] Aruneshwaran, R., Wang Jianliang, Sundaram Suresh et TK Venugopalan, “ Neural adaptive back stepping flight controller for a ducted fan UAV, ” In *10th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, *IEEE* (2012), pp. 2370–2375.
- [72] Mokhtari, R., “ Observation et Commande de drones miniatures à voilures tournantes, ” Thèse de Doctorat, (2015), Université de Tlemcen, Algérie.
- [73] Bouabdallah, S. et Siegwart, R., “ Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor, ” In *IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA’05*, (2005), pp. 2259–2264.

- [74] Gonzalez, I., Escareno, J. et Lozano, R., " Real-Time Altitude Robust controller for a Quad-rotor aircraft using Sliding-mode control technique, " In *International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS) May 28-31 (2013)*, Grand Hyatt Atlanta, Atlanta, GA.
- [75] Mokhtari, R. et Cherki, B., " Sliding mode Control for a Small Coaxial rotorcraft UAV, " In *3rd International Conference On Control, Engineering and Information Technology*, CEIT (2015b).
- [76] Ghodbane, M. S., Boland, J. F. et Thibeault, C., " Applied Actuator Fault Accommodation in Flight Control Systems Using Fault Reconstruction Based FDD and SMC Reconfiguration, " In *International Journal of Computer, Control, Quantum and Information Engineering*, vol. 8 (2014), no. 7, pp. 1141–1146.
- [77] Shah, M. Z., Raza, S. et Aamer, I. B., " Cross-track control of UAVs during circular and straight path following using sliding mode approach, " In *12th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS), IEEE (2012)*, pp. 185–190.
- [78] Levant, A., " Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control, " In *International Journal of Control*, vol. 58 (1993), no. 6, pp. 1247–1263.
- [79] Mokhtari, R. et Cherki, B., " Robust Control for Attitude Tracking Problem for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle, " In *Proceedings of the 3rd International Conference on Systems and Control ICSC'13*, (2015a).
- [80] Vegan, L., Loukianov, A. G. et Castillo, B., " Robust block second order sliding mode control for a quadrotor, " In *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349 (2012), pp. 719–739.
- [81] Benallegue A., Fridman, L. et Mokhtari, A., " High-order sliding mode observer for a quadrotor uav, " In *International Journal of Robust Nonlinear Control*, vol. 18 (2008), no. 4, pp. 427–440.
- [82] Benallegue, A., Mokhtari, A. et Fridman, L., " Feedback linearization and high order sliding mode observer for a quadrotor UAV, " In *International Workshop on Variable Structure Systems, VSS'06, June 5-7 (2006)*, pp. 365–372.
- [83] Guerreiro, B. J., Silvestre, C., Cunha, R. et Cao, C., Hovakimyan, N., " L1 adaptive control for autonomous rotorcraft, " In *American Control Conference, ACC '09.*, (2009), pp. 3250–3255.
- [84] Michini, B. et Jonathan, P. H., " L1 Adaptive Control for Indoor Autonomous Vehicles : Design Process and Flight Testing, " In *AIAA Guidance, Navigation and Control*, (2009).
- [85] Schreier, M., " Modeling and adaptive control of a quadrotor, " In *International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA)*, (2012), pp. 383–390.
- [86] Bertrand, S., Piet-Lahanier, H. et Hamel, T., " Contractive model predictive control of an unmanned aerial vehicle model, " In *17th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace, June 25-29 (2007)*, Toulouse, France.
- [87] Kim, H. J., Shim, D. H. et Sastry, S., " Nonlinear model predictive tracking control for rotorcraft-based unmanned aerial vehicles, " In *IEEE American Control Conference*, (2002), pp. 3576–3581.

- [88] Shin H. S., Kim, H. J. et Thak, M.J., “ Nonlinear Model Predictive Control for Multiple UAVs Formation using Passive Sensing, ” In *International Journal of Aeronautical and Space Science*, vol. 12 (2011), no. 1, pp. 16–23.
- [89] Johnson, E. N. et Kannan, S. K., “ Adaptive trajectory control for autonomous helicopters, ” In *AIAA Journal of Guidance Control and Dynamics*, vol. 28 (2005), no. 3, pp. 524–538.
- [90] Bourquardez, O., “ Commande d’engins volants par asservissement visuel, ” Thèse PhD., (2008), Université de Rennes 1.
- [91] Guenard, N., Hamel, T. et Mahony, R., “ A practical visual servo control for an unmanned aerial vehicle, ” In *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 24 (2008), no. 2, pp. 331–340.
- [92] Kendoul, F., “ Modélisation et commande de véhicules aériens autonomes, et développement d’un pilote automatique basé sur la vision, ” Thèse de Doctorat, (2007), Université de Technologie Compiègne.
- [93] Le-Bras, F., Mahony, R., Hamel, T. et Binetti, P., “ Adaptive filtering and image based visual servo control of a ducted fan flying robot, ” In *IEEE Conference on Decision and Control*, (2006), pp. 1751–1757.
- [94] Plinval, H. D., “ Commande référencée vision pour drones à décollages et atterrissages verticaux, ” Thèse de Doctorat, (2014), Université de Toulouse.
- [95] Coza, C., Serrano, A. R., Nicol, C. et Macnab, C. J. B., “ Adaptive Fuzzy Control for a Quadrotor Helicopter Robust to Wind Buffeting, ” In *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, vol. 22 (2011), no. 5, pp. 267–283.
- [96] Roberts, A. et Tayebi, A., “ Adaptive position tracking of vtol uavs, ” In *IEEE Transactions on Robotics, February* (2011), vol. 27, no. 1.
- [97] Gauthier, J. P., Hammouri, H. et Othman, S., “ A simple Observer for Nonlinear Systems Applications to Bioreactors, ” In *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37 (1992), no. 6, pp. 875–880.
- [98] Krener, A. J. et Xiao, M., “ Observers for Linearity Unobservable Nonlinear Systems, ” In *Systems and Control Letters*, vol. 46 (2002), no. 4, pp. 281–288.
- [99] Marino, R. et Tomei, P., “ Adaptive observers with arbitrary exponential rate of convergence for nonlinear systems, ” In *IEEE Transactions on Automatic Control, July* (1995), vol. 40, no. 7, pp. 1300–1304.
- [100] Krener, A. J. et Kang, W., “ Locally Convergent Nonlinear Observers, ” In *Systems and Control Letters*, vol. 42 (2003), no. 1, pp. 155–177.
- [101] Slotine, J. J. E., Hedrick, J. K. et Misawa, E. A., “ On sliding observers for nonlinear systems, ” In *American Control Conference*, (1987).
- [102] Tian Yang, “ Une contribution à l’observation et à l’estimation des systèmes linéaires, ” Thèse de doctorat, (2010), École Centrale de Lille.
- [103] Rotella, F., “ Observation, ” École Nationale d’Ingénieurs de Tarbes.
- [104] Hermann, R. et Krener, A. J., “ Nonlinear controllability and observability, ” In *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22 (1977), pp. 728–740.
- [105] Luenberger, D. G., “ An introduction to observers, ” In *IEEE, Transactions on Automatic Control*, vol. 16 (1971), no. 6, pp. 596–602.

- [106] Bastin, G. et Gevers, M., " Stable adaptive observers for nonlinear time varying systems, " In *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 33 (1988), no. 7, pp. 650–658.
- [107] Besançon, G., " Remarks on nonlinear adaptive observer design, " *Systems and Controls*, (2000), USA.
- [108] Thau, F. E., " Observing the state of nonlinear dynamic systems, " In *International Journal of Control, American Control Conference*, (1993), San Francisco, USA.
- [109] Raghavan, S. et Hedrick, J. K., " Observer design for a class of nonlinear systems, " In *International Journal of Control*, vol. 59 (1994), pp. 515–528.
- [110] Ding, J., Shi, C. et Weintrit, A., " An important waypoint on passage of navigation history: Zheng He's sailing to West Ocean, " In *7th International Symposium on Navigation*, (2007), pp. 403–411.
- [111] Grewal, M. S., Weill, L. R. et Andrews, A. P., " Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration, " John Wiley & Sons, (2001).
- [112] Brown, R. A., " Instantaneous GPS attitude determination, " In *IEEE Position Location and Navigation Symposium*, (1992), pp. 562–573.
- [113] Crassidis, J. L. et Markley, F. L., " New algorithm for attitude determination using Global Positioning System signals, " In *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 20 (1997), no. 5, pp. 891–896.
- [114] Li, Y., Zhang, K., Roberts, C. et Murata, M., " On-the-fly GPS-based attitude determination using single- and double-differenced carrier phase measurements, " In *GPS Solutions Journal, Springer*, vol. 8 (2004), no. 2, pp. 93–102.
- [115] Shuster, M. D., " Approximate algorithms for fast optimal attitude computation, " In *AIAA Guidance and Control Conference*, (1978), pp. 88–95.
- [116] Shuster, M. D., " The QUEST for better attitudes, " In *Journal of the Astronautical Sciences*, vol. 54 (2006), no. (3,4), pp. 657–683.
- [117] Shuster, M. D. et Oh, S. D., " Three-axis attitude determination from vector observations, " In *AIAA Journal of Guidance and Control*, vol. 4 (1981), pp. 70–77.
- [118] Wahba, G., " A least squares estimate of spacecraft attitude, " *SIAM Review*, vol. 7 (1965), no. 3, p. 409.
- [119] Farrell, J. L. et al., " A Least Squares Estimate of Satellite Attitude (Grace Wahba), " In *SIAM Review*, vol. 8 (1966), no. 3, pp. 384–386.
- [120] Markley, F. L. " Attitude determination using vector observations and the Singular Value Decomposition, " In *Journal of the Astronautical Sciences*, vol. 36 (1988), no. 3, pp. 245–258.
- [121] Markley, F. L. " Attitude determination using vector observations : a fast optimal matrix algorithm, " In *Journal of the Astronautical Sciences*, vol. 41 (1993), no. 2, pp. 261–280.
- [122] Davenport, P. B., " A vector approach to the algebra of rotations with applications, " Technical Report, *TN D-4696*, NASA, (1968).

- [123] Markley, F. L. et Mortari, D., “ Quaternion attitude estimation using vector observations, ” In *Journal of the Astronautical Sciences*, vol. 48 (2000), no. 2, pp. 359–380.
- [124] Madinehi, N., “ Rigid body attitude estimation : An overview and comparative study, ” PhD thesis, (2013), University of Western Ontario.
- [125] Cheng, J. L. C. F. L. M. Y., “ Attitude Determination by Kalman Filtering, ” In *Automatica*, vol. 6 (1970), pp. 419–430.
- [126] Lefferts, E., Markley, F. L. et Shuster, M. D., “ Kalman filtering for spacecraft Attitude Estimation, ” In *AIAA of Aerospace Sciences Meeting*, (1982).
- [127] Tayebi, A, Roberts, A. et Benallegue, A., “ Inertial measurements based dynamic attitude estimation and velocity-free attitude stabilization, ” In *American Control Conference (ACC), IEEE* (2011), pp. 1027–1032.
- [128] Lee, J. K., Park, E. J. et Robinovitch, S. N., “ Estimation of attitude and external acceleration using inertial sensor measurement during various dynamic conditions, ” In *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 61 (2012), no. 8, pp. 2262–2273.
- [129] Farrell, J. L., “ Attitude determination by Kalman filtering, ” Volume I. Technical Report *CR598*, NASA, (1964).
- [130] Markley, F. L. “ Attitude Error Representations for Kalman Filtering, ” In *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 26 (2003), no. 2, pp. 311–317.
- [131] Bar-Itzhack, I. Y., Deutschmann, J. et Markley, F. L., “ Quaternion normalization in additive EKF for spacecraft attitude determination, ” In *AIAA paper*, (1991), pp. 91–2706.
- [132] Allgeuer, P. et Behnke, S., “ Robust sensor fusion for robot attitude estimation, ” In *14th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots (Humanoids), IEEE* (2014), pp. 218–224.
- [133] Carreira, F. P. N. d. F. et al., “ Complementary Filter Design with Three Frequency Bands : Robot Attitude Estimation, ” In *International Conference on Autonomous Robot Systems and Competitions (ICARSC), IEEE* (2015), pp. 168–173
- [134] Mahony, R., Hamel, T. et Pflimlin, J. M., “ Complementary filter design on the special orthogonal group SO (3), ” In *Proceeding of the 44th IEEE Conference on Decision and Control European Control Conference, CDC-ECC'05*, (2005), pp. 1477–1484.
- [135] Mahony, R., Hamel, T. et Pflimlin, J. M., “ Nonlinear complementary filters on the special orthogonal group, ” In *IEEE Transactions on Automatic Control, June* (2008), vol. 53, no. 5, pp. 1203–1218.
- [136] Vik, B. et Fossen, T., “ A nonlinear observer for GPS and INS integration, ” In *IEEE Conference on Decision and Control*, (2001), pp. 2956–2961.
- [137] Batista, P., Silvestre, C., Oliveira, P. et Carneira, B., “ Low-cost attitude and heading reference system: Filter design and experimental evaluation, ” In *ICRA, USA, May 3-8* (2010), pp. 2624–2629.
- [138] Benziane, L., Benallegue, A. et El Hadri, A., “ A Globally Asymptotic Attitude Estimation Using Complementary Filtering, ” In *IEEE International*

- Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO 2012), December 11-14 (2012), Guangzhou, China.*
- [139] Bar-Itzhack, I. Y., “ REQUEST: a recursive QUEST algorithm for sequential attitude determination, ” In *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 19 (1996), no. 5, pp. 1034–1038.
- [140] Mahony, R., Hamel, T., Trumpf, J. et Lageman, C., “ Nonlinear attitude observers on SO(3) for complementary and compatible measurements: A theoretical study, ” In *IEEE Conference on Decision and Control*, (2009), pp. 6407–6412.
- [141] Martin, P. et Salaun, E., “ Invariant observers for attitude and heading estimation from low-cost inertial and magnetic sensors, ” In *IEEE Conference on Decision and Control*, (2007), pp. 1039–1045.
- [142] Shuster, M. D., “ A simple Kalman filter and smoother for spacecraft attitude, ” In *Journal of the Astronautical Sciences*, vol. 37 (1989b), no. 1, pp. 89–106.
- [143] Shuster, M. D., “ Kalman filtering of spacecraft attitude and the QUEST model, ” In *Journal of the Astronautical Sciences*, vol. 38 (1990), no. 3, pp. 377–393.
- [144] Vasconcelos, J. F., Silvestre, C. et Oliveira, P., “ A nonlinear GPS/IMU based observer for rigid body attitude and position estimation, ” In *IEEE Conference on Decision and Control*, (2008), pp. 1255–1260.
- [145] Pflimlin, J. M., Hamel, T., Souères, P. et Metni, N., “ Nonlinear attitude and gyroscopes bias estimation for a vtol uav, ” In *IFAC World Congress*, (2005).
- [146] Bencheikh, S., Ibrir, S. et Boukraa, S., “ Attitude observers for accelerated vehicles using IMU and GPS measurements, ” In *12th International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices, March 16-19 (2015), Mahdia, Tunisia.*
- [147] Sulaiman, W. T., “ Notes on Young's Inequality, ” In *International Mathematical Forum*, vol. 4 (2009), no. 24, pp. 1173–1180.
- [148] Dridi, M., “ Dérivation numérique : synthèse, application et intégration, ” Thèse de Doctorat, (2010), École Centrale de Lyon.
- [149] Ibrir, S., “ Online Exact Differentiation and Notion of Asymptotic Algebraic Observers, ” In *IEEE Transactions on Automatic Control*, November (2003), vol. 48, no. 11, pp. 2055–2060.
- [150] Ibrir, S., “ Linear time-derivative trackers, ” In *Automatica*, vol. 40 (2004), no. 3, pp. 397–405.
- [151] Levant, A., “ Robust Exact Differentiation via Sliding Mode Technique, ” In *Automatica*, vol. 34 (2005), no. 3, pp. 379–384.
- [152] Cetinsoy, E., Dikyar, S., Hancer, C., Oner, K.T., Sirimoglu, E., Unel, M. et Aksit, M.F., “ Design and construction of a novel quad tilt-wing UAV, ” *Mechatronics*, vol. 22 (2012), no. 6, pp. 723–745.
- [153] Escareno, J., Stone, R.H., Sanchez, A. et Lozano, R., “ Modeling and control strategy for the transition of a convertible tail-sitter UAV, ” In *Proceedings of the European Control Conference*, , July (2007), Kos, Greece, pp. 3385–3390.

- [154] Masayuki Sato et Koji Muraoka, " Flight test verification of flight controller for quad tilt wing unmanned aerial vehicle, " In *Proceeding of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, August (2013)*, Boston, MA, USA.
- [155] Naldi, R., Gentili, L., Marconi, L. et Sala, A., " Design and experimental validation of a nonlinear control law for a ducted-fan miniature aerial vehicle, " *Control Engineering and Practice*, vol. 18 (2010), no. 7, pp. 747–760.
- [156] Bencheikh, S., Ibrir, S. et Boukraa, S., " Attitude observers for accelerated vehicles without accelerometer measurements, " In *Arabian Journal for Science and Engineering*, vol. 41 (2016), no. 9, pp. 3559–3569.
- [157] Bencheikh, S., Ibrir, S. et Boukraa, S., " Global trajectory tracking control of convertible UAVs using Inertial Measurement Unit and Global Navigation Satellite System measurements, " (under review).
- [158] Anderson, J., " Fundamentals of Aerodynamics, " In *5th edition McGraw Hill Series in Aeronautical and Aerospace Engineering*, (2010).
- [159] Abdessameud, A. et Tayebi, A., " Global trajectory control of vtol-uavs without linear velocity measurements, " In *Automatica*, vol. 46 (2010), pp. 1053–1059.
- [160] Barbot, J. P., Boutat, D. et Floquet, T., " An observation algorithm for nonlinear systems with unknown inputs, " In *Automatica*, vol. 45 (2009), pp. 1970–1974.
- [161] Bouard, P., Aswani, A. et Tomlin, C., " Learning-based model predictive control on a quadrotor : Onboard implementation and experimental results, " In *International Conference on Robotics and Automation (ICRA), IEEE* (2012), pp. 279–284.
- [162] Drouot, A., Boutayeb, M. et Richard, E., " An Approximate Backstepping Based Trajectory Tracking Control of a Gun Launched Micro Aerial Vehicle in Crosswind, " In *Journal of Intelligent Robot Systems*, vol. 70 (2013), pp. 133–150.
- [163] El Hadri, A. et Benallegue, A., " Attitude estimation with gyros-bias compensation using low-cost sensors, " In *Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference Shanghai, P.R. China, December (2009)*.
- [164] Groves, P. D., " Principals of GNSS, Inertial, and Multi sensor Integrated Navigation Systems, " Artech House edition, (2008) , London.
- [165] HaiYang Chao, YongCan Cao et YangQuan Chen, " Autopilots for small unmanned aerial vehicles : A survey, " In *International Journal of Control, Automation and Systems, February (2010)*, vol. 8, no. 1, pp. 36–44.
- [166] Hamel, T., Mahony, R. et Lozano, R., Ostrowski, J., " Dynamic modelling and configuration stabilization for an X4-flyer, " In *Proceeding of 15th Triennial World Congress*, (2002), Barcelona, Spain.
- [167] Hamilton, W. R., " Elements of quaternions, " Longmans, Green and Co., (1866), London, England.

- [168] Hu, J. S. et Sun, K. C., " A Robust Orientation Estimation Algorithm Using MARG Sensors, " In *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 64 (2015), no. 3, pp. 815–822.
- [169] Hua, M. D. et al. " Implementation of a nonlinear attitude estimator for aerial robotic vehicles, " In *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 22 (2014), no. 1, pp. 201–213.
- [170] Hua, M. D., Hamel, T., Morin, P. et Samson, C., " A control approach for thrust-propelled underactuated vehicles and its application to vtol drones, " In *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 54 (2009), no. 8, pp. 1837–1853.
- [171] Isidori, A., Marconi, L. et Serrani, A., " Robust autonomous guidance, an internal-model based approach, " *Springer Verlag*, (2003).
- [172] Jiaming, Z., Li, Q., Cheng, N. et Liang, B., " Non-linear flight control for unmanned aerial vehicles using adaptive backstepping based on invariant manifolds, " In *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, vol. 227 (2013), no. 1, pp. 33–44.
- [173] Knoebel, N. B. et McLain, T. W., " Adaptive quaternion control of a miniature Tailsitter UAV, " In *American Control Conference*, (2008), Seattle, Washington, USA.
- [174] Le-Bras, F., Hamel, T. et Mahony, R., " Visual servoring of a VTOL vehicle using virtual states, " In *IEEE Conference on Decision and Control*, (2007), pp. 6442–6447.
- [175] Levant, A., " Principles of 2 sliding mode design, " In *Automatica*, vol. 43 (2007), no. 4, pp. 576–586.
- [176] Liu, L. P., Song, X. N. et Fu, Z. M., " Sliding Mode Control with Disturbance Observer for a Class of Nonlinear Systems, " In *International Journal of Automation and Computing*, vol. 9 (2012), no. 5, pp. 487–491.
- [177] Lozano, R., " Objets volants miniatures, modélisation et commande embarquée, " *LAVOISIER*, (2007), Paris.
- [178] Lozano, R., Dzul, A. et Castillo, P., " Stabilization of a Mini Rotorcraft with Four Rotors, " In *IEEE Control Systems Magazine*, (2005), pp. 46–55.
- [179] Marconi, L., Isidori, A. et Serrani, A., " Autonomous vertical landing on an oscillating platform, an internal-model based approach, " In *Automatica*, vol. 38 (2002), pp. 21–32.
- [180] Martin, P. et Salaun, E., " Design and implementation of a low-cost observer-based attitude and heading reference system, " *Control Engineering Practice*, vol. 18 (2010), no. 7, pp. 712–722.
- [181] Midori, M., Takei, H. et Ishikawa, K., " Development of skill-free manual control module for easy and safe flight of uav, " In *ICCAS-SICE, IEEE* (2009), pp. 3651–3656.
- [182] Misawa, E. A. et Hedrick, J. K., " Nonlinear Observers: A State-of -Art Survey, " In *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 111 (1989), no. 3, pp. 344–352.
- [183] Mortari, D. " Second estimator for the optimal quaternion, " In *Journal of the Astronautical Sciences*, vol. 23 (2000), no. 4, pp. 885–888.

- [184] Olfati-Saber, R., “ Global configuration stabilization for the vtol Aircraft with strong input coupling, ” In *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47 (2002), no. 11, pp. 1949–1952.
- [185] Pucci, D., Hamel, T., Morin, P. et Samson, C., “ Nonlinear Control of Aerial Vehicles Subjected to Aerodynamic Forces, ” In *52nd IEEE Conference on Decision and Control, December 10–13 (2013)*, Florence, Italy.
- [186] Radix, J. C., “ Systèmes inertiels à composants liés strapdown, ” Cepadues, (1993).
- [187] Randal, W. B. et Timothy, W. M., “ Small Unmanned Aircraft, Theory and Practice, ” In *Princeton University Press*, (2012), UK.
- [188] Reynolds, R., “ Quaternion parameterization and a simple algorithm for global attitude estimation, ” In *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 21 (1998), no. 4, pp. 669–672.
- [189] Rideiro, M. I., “ Kalman and Extended Kalman Filters : Concept, Derivation and Properties, ” Institute for Systems and Robotics, (2004), Lisboa, Portugal.
- [190] Shepperd, S. W., “ Quaternion from rotation matrix, ” In *Journal of Guidance and Control*, vol. 1 (1978), no. 3, pp. 223–224.
- [191] Stengel, R. F., “ Flight dynamics, ” *Princeton University Press*, (2004).
- [192] Sujit, P. B., Saripalli, S. et Borges Sousa, J., “ Unmanned aerial vehicle path following: A survey and analysis of algorithms for fixed-wing unmanned aerial vehicles, ” In *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 34 (2014), no. 1, pp. 42–59.
- [193] Tadeo, E., Dzul, A. et Llama, M., “ Linear and Nonlinear Controllers Applied to Fixed-Wing UAV, ” In *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 10 (2013), no 33.
- [194] Tayebi, A., McGilvray, S., Roberts, A. et Moallem, M., “ Attitude estimation and stabilization of a rigid body using low-cost sensors, ” In *Proceeding of 46th IEEE Conference on Decision and Control*, (2007).
- [195] Vidyasagar, M., “ Nonlinear systems analysis, ” *SIAM Review*, October (2002).